

# **Matemática dos índices** *Metodologia*

Maio 2021

Este documento foi traduzido para o português apenas para fins de conveniência. Se existirem diferenças entre as versões do documento em inglês e português, a versão em inglês prevalecerá. A versão em inglês está disponível em nosso site [www.spdji.com](http://www.spdji.com).

# Índice

Índice	2
Introdução	5
<b>Diferentes tipos de índices</b>	<b>5</b>
<b>Divisor do índice</b>	<b>6</b>
<b>Documentos de apoio</b>	<b>6</b>
Índices ponderados por capitalização	7
<b>Definição</b>	<b>7</b>
<b>Ajustes das quantidades de ações</b>	<b>7</b>
<b>Ajustes do divisor</b>	<b>8</b>
<b>Ajustes necessários do divisor</b>	<b>10</b>
Índices ponderados por capitalização de mercado limitada	11
<b>Definição</b>	<b>11</b>
<b>Eventos corporativos e ajustes do índice</b>	<b>12</b>
<b>Métodos de limitação</b>	<b>12</b>
Índices não ponderados por capitalização de mercado	15
<b>Definição</b>	<b>15</b>
<b>Eventos corporativos e ajustes do índice</b>	<b>16</b>
Índices ponderados por preços	17
<b>Definição</b>	<b>17</b>
Índices com ponderação equitativa	18
<b>Definição</b>	<b>18</b>
<b>Índices com ponderação equitativa modificada</b>	<b>19</b>
<b>Eventos corporativos e ajustes do índice</b>	<b>19</b>
Processo de rebalanceamento de vários dias	20
<b>Feriados de bolsa de valores</b>	<b>21</b>
<b>Data de congelamento</b>	<b>22</b>
Cálculos de retorno total	23
Cálculos de retorno total líquido	24
Índices de retorno total ajustados a créditos tributários (franking)	25
Índices de moeda e índices de moeda com proteção cambial	26
<b>Definições de retorno</b>	<b>26</b>
<b>A relação da proteção cambial</b>	<b>27</b>

Calculando um índice de moeda com proteção cambial	27
Resultados da proteção cambial de moedas	28
Cálculo dos índices	28
Índices dinâmicos de retorno protegido por hedge	30
Índices de excesso nos retornos de moeda com proteção cambial	32
Quanto Currency Adjusted Index	34
Cálculo de índices de retorno em moeda nacional	35
Antecedentes	35
Equivalência dos cálculos baseados no DCR e no divisor	35
Cálculo do DCR	36
Ajustes fundamentais	37
Índices de controle de risco	38
Índice de controle de risco com rebalanceamento dinâmico	40
Alteração no limite de ponderação distribuída equitativamente	41
Índices de excesso de retorno	42
Volatilidade ponderada exponencialmente	42
Volatilidade ponderada exponencialmente com base nas alocações atuais	44
Volatilidade ponderada simples	45
Índices de controle de risco baseados em contratos futuros	46
Volatilidade ponderada exponencialmente para índices de controle de risco baseados em contratos futuros	47
Índices de controle de risco com volatilidade dinâmica	47
Índices de controle de risco baseados em variância	47
Índices de controle de risco 2.0	48
Ponderação dos componentes	48
Controle de risco 2.0 com variância mínima	50
Índices de controle de risco alavancado de ações com contratos futuros	51
Índices de retorno ponderado	52
Índices alavancados e inversos	54
Índices alavancados de ações	54
Índices alavancados sem custos de empréstimo para renda variável	55
Índices inversos de ações	55
Índices alavancados sem custos de empréstimo para renda variável	57
Índices alavancados e inversos para contratos futuros	57
Índices de futuros alavancados ou inversos rebalanceados diariamente	57
Índices de futuros alavancados ou inversos rebalanceados periodicamente	58
Índices de comissões / Índices de decréscimo	59

Índices de retorno limitado	62
Índices de pontos de dividendos	63
Preços alternativos	64
<b>Cotação aberta especial (SOQ)</b>	<b>64</b>
<b>Índices de valor justo</b>	<b>65</b>
<b>Preço médio ponderado por volume (VWAP)</b>	<b>65</b>
<b>Preço médio ponderado pelo tempo (TWAP)</b>	<b>65</b>
Nível negativo/zero de um índice	67
Giro do índice	68
Dados globais fundamentais de final de mês	69
<b>Arquivos mensais</b>	<b>69</b>
<b>Sobre os dados</b>	<b>69</b>
<b>Arquivos</b>	<b>70</b>
<b>Pontos de dados fundamentais</b>	<b>70</b>
<b>Cálculos</b>	<b>71</b>
Informações de contato da S&P Dow Jones Indices	77
<b>Serviços ao Cliente</b>	<b>77</b>
Isenção de responsabilidade da S&P Dow Jones Indices	78

# Introdução

Este documento abrange a matemática dos cálculos de índices de renda variável e assume que o leitor tem conhecimento sobre cálculos matemáticos e operações simples. Os cálculos são apresentados principalmente como equações, que em grande parte têm sido excluídas das metodologias de índices individuais, com exemplos ou tabelas de resultados para demonstrar os cálculos.

## Diferentes tipos de índices

A S&P Dow Jones Indices faz o cálculo dos índices e trata os eventos corporativos dependendo da categorização dos índices. Em um nível mais geral, os índices são definidos em duas categorias: índices ponderados por capitalização de mercado e índices não ponderados por capitalização de mercado.

A maioria dos índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices são ponderados por capitalização de mercado e ajustados ao *free float*, sendo a ponderação de cada ação proporcional ao seu valor de mercado ajustado ao *free float*. A S&P Dow Jones Indices também proporciona índices ponderados por capitalização de mercado limitada, em que alguns componentes ou grupos definidos de componentes, tais como grupos setoriais ou geográficos, têm um limite de ponderação.

Os índices não ponderados por capitalização de mercado incluem os índices não ponderados pela capitalização de mercado ajustada ao *free float* e que geralmente não são afetados por mudanças nocionais na capitalização de mercado decorrentes de eventos corporativos. Alguns exemplos incluem índices com ponderação equitativa, ponderados por fatores tais como rendimento dos dividendos ou volatilidade, sobreponderações estratégicas, com ponderação temática ou outros esquemas alternativos de ponderação.

A S&P Dow Jones Indices oferece diversos tipos de índices e dados de atributos de índices calculados de acordo com diferentes metodologias incluídas neste documento:

- Índices ponderados por capitalização de mercado:
  - Índices ponderados por capitalização de mercado, em que as ponderações dos componentes são definidas pela capitalização de mercado ajustada ao *free float*.
  - Índices ponderados por capitalização de mercado limitada, em que alguns componentes ou grupos definidos de componentes, tais como grupos setoriais ou geográficos, têm um limite de ponderação.
- Índices não ponderados por capitalização de mercado:
  - Índices ponderados por preços, em que as ponderações dos componentes são definidas unicamente pelos preços das ações que fazem parte do índice.
  - Índices ponderados equitativamente, em que cada ação é ponderada de maneira equitativa no índice.
- Índices derivados:
  - Índices de retorno total, cujo nível do índice reflete tanto o movimento nos preços da ação quanto o reinvestimento dos dividendos.
  - Índices inversos e alavancados, que proporcionam múltiplos positivos ou negativos do retorno de seus respectivos índices subjacentes.
  - Índices de retorno ponderado, que são normalmente conhecidos como índices de índices, em que cada índice subjacente é um componente que recebe uma ponderação para calcular o nível geral do índice de índices.

- Índices que operam em um índice como um todo em lugar de ações individuais. Estes índices incluem cálculos de diversas metodologias de retornos totais e fatores fundamentais de índices.
- Índices de pontos de dividendos, que acompanham os pagamentos totais de dividendos dos componentes dos índices.
- Cálculos de controle de risco, excesso de retorno, índices de moeda, proteção contra a variação cambial (hedge), retorno em moeda doméstica, cotação aberta especial, giro e dados fundamentais.

### Divisor do índice

O propósito do divisor do índice é manter a continuidade de um índice após a implementação de eventos corporativos, eventos de rebalanceamento do índice ou outros eventos não relacionados ao mercado.

O mais simples índice ponderado por capitalização pode ser considerado uma carteira composta por todas as ações disponíveis no índice. Embora seja possível acompanhar o valor desta carteira em dólares, esse seria provavelmente um número complexo, por exemplo, o valor de mercado ajustado ao *free float* do S&P 500 atinge trilhões de dólares. Em lugar de lidar com dez ou mais dígitos, o valor é reduzido para um número que possa ser tratado de maneira mais fácil (por exemplo, 2000). Dividir o valor de mercado da carteira por um fator, normalmente chamado de divisor, é o que faz esta redução.

Um índice não é exatamente o mesmo que uma carteira de investimentos. Por exemplo, quando uma ação é adicionada ou eliminada de um índice, o nível do índice não deveria subir ou baixar, enquanto que o valor de uma carteira normalmente muda à medida que as ações são substituídas. Para garantir que o valor do índice, ou seu nível, não mude quando ações sejam adicionadas ou excluídas, o divisor é ajustado a fim de compensar a modificação do valor de mercado do índice. Portanto, o divisor desempenha um papel crucial na capacidade do índice para fornecer uma medida contínua da valorização do mercado quando deparado com modificações às ações incluídas no índice. De modo similar, alguns eventos corporativos que geram alterações no valor de mercado das ações em um índice não devem ser refletidos no nível do índice. Os ajustes são feitos ao divisor para eliminar o impacto destes eventos corporativos no valor do índice.

### Documentos de apoio

Esta metodologia foi desenvolvida para ser lida junto com documentos de apoio que fornecem maiores detalhes a respeito das políticas, procedimentos e cálculos aqui descritos. As referências nesta metodologia procuram direcionar o leitor para o documento de apoio relevante para mais informações sobre um assunto específico. A lista dos principais documentos de apoio para esta metodologia junto com o seu link é a seguinte:

Documento de apoio	Link
Metodologia das Políticas e Práticas dos índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices	<a href="#">Metodologia Políticas e Práticas de índices de renda variável</a>
Metodologia de ajuste ao <i>free float</i> da S&P Dow Jones Indices	<a href="#">Metodologia Ajuste de índices ao free float</a>

# Índices ponderados por capitalização

Muitos dos índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices são ponderados por capitalização. Às vezes, eles são chamados de índices ponderados por valor ou por capitalização de mercado em lugar de índices ponderados por capitalização. Alguns exemplos são o S&P 500, o S&P Global 1200 e os índices S&P BMI.

Na seguinte análise, a maioria dos exemplos se referem ao S&P 500, mas são igualmente válidos para uma longa lista de índices da S&P Dow Jones Indices ponderados por capitalização.

## Definição

A fórmula para calcular o S&P 500 é:

$$Index\ Level = \frac{\sum_i P_i * Q_i}{Divisor} \quad (1)$$

O numerador do lado direito é o preço de cada ação no índice multiplicado pelo número de ações utilizadas no cálculo do índice. Isto é somado em todas as ações que fazem parte do índice. O denominador é o divisor. Se a soma no numerador fosse US\$ 20 trilhões e o divisor fosse igual a US\$ 10 bilhões, o nível do índice seria 2000.

Às vezes, a fórmula do índice é chamada de método “base-weighted aggregative”.<sup>1</sup> A fórmula é criada com base na modificação de um índice de *Laspeyres*, que utiliza quantidades do período de referência (quantidades de ações) para calcular a mudança no preço. Um índice de *Laspeyres* seria:

$$Index = \frac{\sum_i P_{i,1} * Q_{i,0}}{\sum_i P_{i,0} * Q_{i,0}} \quad (2)$$

Na modificação de (2), a medida da quantidade no numerador,  $Q_0$ , é substituída por  $Q_1$ , portanto, o numerador se torna uma medida do valor de mercado atual e o produto no denominador é substituído pelo divisor que representa o valor de mercado inicial e estabelece o valor base do índice. O resultado destas modificações é a equação (1) anterior.

## Ajustes das quantidades de ações

Os índices ponderados por capitalização de mercado da S&P Dow Jones Indices são ajustados ao *free float*, ou seja, o número de ações em circulação é reduzido a fim de excluir ações de capital fechado do cálculo do índice, já que tais ações não estão disponíveis aos investidores. As regras estabelecidas pela S&P Dow Jones Indices para ajustes ao *free float* estão detalhadas no documento *Float Adjustment Methodology* da S&P Dow Jones Indices ou em alguns dos documentos de metodologia individuais. Conforme o definido em tais documento, para cada ação a S&P Dow Jones Indices calcula um fator de ponderação de investimento (IWF), que é uma percentagem do total de ações em circulação incluídas no cálculo do índice.

---

<sup>1</sup> Este termo é usado em umas das descrições mais antigas e completas dos cálculos de índices da S&P Dow Jones Indices, na obra de Alfred Cowles, intitulada *Common Stock Indexes*, Principia Press, Comissão Cowles de Pesquisa em Economia, 1939. A S&P foi criada como resultado da fusão entre a Standard Statistics Corporation e Poor's Publishing em 1941.

Quando o índice é calculado utilizando a equação (1), a variável  $Q_i$  é substituída pelo produto das ações em circulação e o IWF:

$$Q_i = IWF_i * Ações\ totais_i \quad (3)$$

Por vezes, outros ajustes são feitos à quantidade de ações para refletir restrições ao capital estrangeiro ou para ajustar a ponderação de uma ação em um índice. Estas são combinadas em um multiplicador único em lugar do IWF na equação (3a). Ao combinar restrições, é importante evitar a contagem dupla. Vamos supor que FA representa a parte das ações eliminadas por causa do ajuste ao *free float*, que FR representa a parte das ações excluídas devido a restrições ao capital estrangeiro e que IS representa a parte do total de ações a serem excluídas com base na combinação de FA e FR.

Se  $FA > FR$  então  $IS = 1 - FA$

Se  $FA < FR$  então  $IS = 1 - FR$

e a equação (3) pode ser escrita como

$$Q_i = IS_i * Ações\ totais_i$$

Observe que todas as vezes que a quantidade de ações ou o IWF forem alteradas, será necessário ajustar o divisor do índice para manter o nível do índice sem mudanças.

### Ajustes do divisor

O aspecto mais importante da manutenção dos índices é ajustar o divisor. A manutenção de um índice, ou seja, refletir mudanças nas ações em circulação, eventos corporativos, adições e eliminações de ações, não deveria alterar o nível do índice. Se o S&P 500 fechar com um valor de 2000 e uma ação for substituída por outra após o encerramento do mercado, o índice deveria ter um valor de abertura de 2000 na manhã seguinte, se todos os preços de abertura forem os mesmos que os preços de fechamento do dia anterior. Isto é feito mediante um ajuste do divisor.

Qualquer mudança nas ações que alterar o valor de mercado total do índice e que mantiver constantes os preços das ações, exigirá um ajuste do divisor. Esta seção explica como o ajuste do divisor é feito, levando em conta a modificação do valor de mercado total. A seguinte seção analisa quais mudanças dos índices e eventos corporativos produzem alterações no valor de mercado total e no divisor.

A equação (1) é expandida para mostrar a eliminação da ação  $r$ , separadamente das ações que permanecerão no índice:

$$Index\ Level_{t-1} = \frac{(\sum P_i * Q_i) + P_r Q_r}{Divisor_{t-1}} \quad (4)$$

Observe que o nível do índice e o divisor são agora identificados para o período  $t-1$  e que, para simplificar este exemplo, estamos ignorando quaisquer IWF e possíveis ajustes à quantidade de ações. Após a ação  $r$  ser substituída pela ação  $s$ , a equação será:

$$Index\ Level_t = \frac{(\sum P_i * Q_i) + P_s Q_s}{Divisor_t} \quad (5)$$



Nas equações (4) e (5),  $t-1$  é o momento exatamente anterior à eliminação da empresa  $r$  do índice e à adição de  $s$  ao índice;  $t$  é o momento exatamente posterior ao evento. Conforme o planejado, o *Nível do Índice* $_{t-1}$  é igual ao *Nível do Índice* $_t$ . Ao combinar (4) e (5) e reformular, o ajuste do Divisor pode ser definido com base no valor de mercado do índice antes e depois da mudança:

$$\frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_r Q_r}{Divisor_{t-1}} = Index\ Level = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_s Q_s}{Divisor_t}$$

Vamos supor que o numerador do lado esquerdo seja denominado  $MV_{t-1}$ , no caso do valor de mercado do índice em  $(t-1)$ , e que o numerador do lado direito seja denominado  $MV_t$ , no caso do valor de mercado do índice em  $t$ . Assim,  $MV_{t-1}$ ,  $MV_t$  e o  $Divisor_{t-1}$  são quantidades conhecidas. Tendo em conta isso, é fácil determinar o novo divisor que manterá constante o nível do índice quando a ação  $r$  for substituída pela ação  $s$ :

$$Divisor_t = (Divisor_{t-1}) * \frac{MV_t}{MV_{t-1}} \quad (6)$$

Como já foi mencionado, diversos ajustes do índice geram mudanças no valor de mercado do índice. Quando estes ajustes ocorrem, o divisor é ajustado conforme a equação (8).

Em alguns casos, incluindo os programas de computador usados nos cálculos de índices da S&P Dow Jones Indices, o ajuste do divisor é calculado em um formato ligeiramente diferente, mais equivalente, em que a alteração do divisor é calculada por soma em lugar de multiplicação. O formato alternativo é definido no presente documento. A reformulação da equação (1) e o uso do termo  $MV$  (valor de mercado) para substituir a soma gera como resultado: quando ações são acrescentadas ou eliminadas de um índice, há um aumento ou diminuição do valor de mercado do índice.

$$Divisor = \frac{MV}{Nível\ do\ índice}$$

Tal variação é o valor de mercado das ações que estão sendo acrescentadas menos o valor de mercado das ações que estão sendo eliminadas.  $CMV$  é definido como mudança no valor de mercado. Lembrando que o nível do índice não muda, o novo divisor é definido como:

$$Divisor_{Novo} = \frac{MV + CMV}{Nível\ do\ índice}$$

ou

$$Divisor_{Novo} = \frac{MV}{Nível\ do\ índice} + \frac{CMV}{Nível\ do\ índice}$$

No entanto, o primeiro termo do lado direito é simplesmente o valor do Divisor antes da adição ou eliminação das ações. Isto gera como resultado:

$$Divisor_{Novo} = Divisor_{Antigo} + \frac{CMV}{Nível\ do\ índice} \quad (7)$$

Observe que este formato é mais versátil para implementações por computador. Com este formato aditivo, o segundo termo ( $CMV/Nível\ do\ Índice$ ) pode ser calculado para cada ação ou para outro ajuste de forma independente e todos os ajustes podem ser combinados numa modificação feita ao Divisor.

## Ajustes necessários do divisor

Os ajustes do divisor são feitos “após o fechamento”, o que significa que após o encerramento das negociações os preços finais são utilizados para calcular o novo divisor com base em quaisquer alterações que estiverem sendo feitas. Por isso, é possível fornecer duas descrições completas do índice: uma da condição do índice no fechamento das negociações e outra da condição que o índice terá na próxima abertura das negociações. Se os mesmos preços de ações forem utilizados para calcular o nível do índice no caso destas duas descrições, os níveis do índice serão iguais.

No caso de preços constantes, qualquer modificação que venha a alterar o valor de mercado total incluído no índice, exigirá uma alteração no divisor. Para catalogar as alterações, é útil separar as mudanças causadas pela gestão do índice daquelas decorrentes de eventos corporativos das empresas que fazem parte do índice. Aquelas modificações relacionadas com a gestão do índice incluem a adição ou eliminação de empresas, o ajuste de quantidades de ações e mudanças nos IWF e em outros fatores que afetem o número de ações ou seus preços.

**Alterações relacionadas à gestão do índice.** Quando uma empresa é acrescentada ou eliminada do índice, é calculada a variação líquida no valor de mercado do índice, que é utilizada para calcular o novo divisor. Os valores de mercado das ações acrescentadas ou excluídas baseiam-se nos preços, ações em circulação, IWF e quaisquer outros ajustes do número de ações. Especificamente, se uma empresa adicionada tiver uma capitalização de mercado total de US\$ 1 bilhão, um IWF de 85% e, conseqüentemente, uma capitalização de mercado ajustada ao *free float* de US\$ 850 milhões, o valor de mercado de tal empresa será de US\$ 850 milhões. Os cálculos estariam baseados na equação (6) ou na equação (7) já apresentadas.

Na maioria dos índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices, atualizações de IWF e do número de ações são aplicadas ao longo do ano com base em regras definidas na sua metodologia. Normalmente, alterações menores nas ações em circulação são refletidas nos índices uma vez por trimestre a fim de evitar mudanças excessivas. As modificações do divisor derivadas destas alterações são calculadas e um novo divisor é definido. A equação (12) mostra como o impacto de uma série de modificações na quantidade de ações pode ser combinado para determinar o novo divisor.

## Alterações relacionadas com eventos corporativos.

Para mais informações sobre o tratamento de eventos corporativos, por favor consulte o documento Políticas e Práticas de índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices. Para mais informações sobre o tratamento específico dentro de uma família de índices, por favor confira a metodologia específica.

# Índices ponderados por capitalização de mercado limitada

## Definição

Um índice ponderado por capitalização de mercado limitada (também conhecido em inglês como *capped market cap index*, *capped index* ou *capped weighted index*) é aquele onde os componentes individuais do índice ou grupos definidos de componentes são restringidos a uma ponderação máxima, sendo a ponderação adicional distribuída proporcionalmente entre o resto dos componentes. À medida que os preços das ações variam, as ponderações mudam, gerando a alteração das ponderações modificadas. Portanto, um índice ponderado por capitalização de mercado limitada precisa ser rebalanceado periodicamente para reestabelecer a ponderação adequada dos componentes. A metodologia dos índices com limite segue uma abordagem idêntica à dos índices ponderados por capitalização de mercado exceto que utilizam um fator de ponderação adicional ou “AWF”, para ajustar a capitalização de mercado ajustada ao *free float* a um valor, de modo que as restrições de ponderação do índice sejam cumpridas. No caso de índices com limite, não são feitas mudanças ao AWF por causa de eventos corporativos entre rebalanceamentos, exceto no caso dos índices com limite diário, em que um evento corporativo pode provocar a implementação de limites. Portanto, as ponderações das ações bem como o divisor do índice mudarão devido a alterações estimadas na capitalização de mercado decorrentes de eventos corporativos.

A abordagem geral para calcular índices ponderados por capitalização de mercado limitada é a mesma utilizada nos índices ponderados por capitalização pura. Contudo, os valores de mercado dos componentes são redefinidos para cumprirem com as regras particulares de limitação do índice em questão.

$$\text{Nível do índice} = \frac{\text{Valor de mercado do índice}}{\text{Divisor}} \quad (1)$$

e

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * \text{Ações}_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}$$

Para calcular um índice ponderado por capitalização de mercado limitada, a capitalização de mercado de cada ação utilizada no cálculo é redefinida a fim de todos os componentes apresentarem uma ponderação apropriada no índice em cada data de rebalanceamento.

Além de ser o produto do preço das ações, das ações em circulação e do *free float* das ações (IWF), conforme já mencionado – e da taxa de câmbio quando aplicável – um novo fator de ajuste é também incorporado ao cálculo da capitalização de mercado a fim de estabelecer a ponderação adequada.

$$\text{Valor de mercado da ação ajustada}_i = P_i * \text{Ações}_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}_i * AWF_i$$

onde  $AWF_i$  é o fator de ajuste da ação  $i$  atribuído em cada data de rebalanceamento do índice,  $t$ , o que faz com que a capitalização de mercado de todos os componentes seja ajustada para atingir a ponderação definida pelo usuário, enquanto mantém o valor de mercado total do índice.

O  $AWF$  de cada componente do índice,  $i$ , na data de rebalanceamento,  $t$ , é calculado por:

$$AWF_{i,t} = \frac{CW_{i,t}}{W_{i,t}}$$

onde  $W_{i,t}$  é a ponderação sem limite da ação  $i$  na data de rebalanceamento  $t$ , com base na capitalização de mercado ajustada ao *free float* de todos os componentes do índice; e  $CW_{i,t}$  é a ponderação limitada da ação  $i$  na data de rebalanceamento  $t$ , conforme determinado pela regra de limitação do índice em questão e pelo processo para determinar ponderações limitadas de acordo com os diferentes métodos de limitação descritos abaixo.

O divisor do índice é definido com base no nível do índice e o valor de mercado conforme a equação (1). O nível do índice não é alterado pelos rebalanceamentos do índice. No entanto, uma vez que os preços e as ações em circulação terão sido modificados desde o último rebalanceamento, o divisor será alterado no rebalanceamento.

Portanto:

$$(\text{Divisor})_{\text{após rebalanceamento}} = \frac{(\text{Valor de mercado do índice})_{\text{após rebalanceamento}}}{(\text{Valor do índice})_{\text{antes do rebalanceamento}}}$$

onde:

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * \text{Ações}_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}_i * AWF_i$$

### Eventos corporativos e ajustes do índice

Todos os eventos corporativos de índices com limite de ponderação têm o mesmo efeito do que nos índices ponderados por capitalização de mercado.

*Para mais informações sobre o tratamento de eventos corporativos, por favor consulte o documento Políticas e Práticas de Índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices.*

### Métodos de limitação

Índices limitados surgem devido à necessidade de benchmarks que cumpram com as regras de diversificação. Isto é válido para limites de concentração de uma ação individual ou limites de concentração em um grupo definido de ações. Às vezes, as empresas também podem estar representadas em um índice por linhas de diversas classes de ações. Em tais casos, a limitação da ponderação máxima estará baseada na capitalização de mercado ajustada ao *free float* da companhia, sendo a ponderação de empresas com diversas classes de ações atribuída de maneira proporcional a cada linha de ações com base na sua capitalização de mercado ajustada ao *free float* na data de referência de rebalanceamento. Alguns exemplos comuns, mas não exaustivos, de metodologias padrão da S&P Dow Jones Indices para determinar as ponderações de índices que utilizam os métodos de limitação mais populares são descritos a seguir.

**Limitação de empresas individuais.** Em uma metodologia de limitação de uma empresa individual, nenhuma empresa que faz parte de um índice pode ultrapassar uma certa ponderação predeterminada em cada período de rebalanceamento. O procedimento para atribuir ponderações limitadas a cada empresa em cada rebalanceamento é o seguinte:

1. Com dados refletidos na data de referência de rebalanceamento, cada empresa é ponderada pela capitalização de mercado ajustada ao *free float*.
2. Se qualquer empresa tiver uma ponderação superior a X% (onde X% é a ponderação máxima permitida no índice), a ponderação de tal empresa ficará limitada a X%.
3. Toda a ponderação adicional é proporcionalmente redistribuída a todas as empresas não limitadas dentro do índice.

4. Após esta redistribuição, se a ponderação de outra(s) empresa(s) ultrapassar X%, o processo será repetido iterativamente até nenhuma ação superar o limite de ponderação de X%.

**Limitação de empresas individuais e limite de concentração.** Na metodologia de limitação de uma empresa individual e limite de concentração, nenhuma empresa que faz parte de um índice poderá ultrapassar uma certa ponderação predeterminada e todas as companhias que tiverem uma ponderação superior a um certo valor não poderão, como grupo, exceder uma ponderação total predeterminada. Um exemplo disto é a limitação de 4,5%/22,5%/45% (B/A/C no seguinte exemplo). Nenhuma empresa poderá ultrapassar 22,5% do índice e todas as empresas que apresentarem uma ponderação superior a 4,5% do índice não poderão exceder, como grupo, 45% do índice.

#### Método 1:

O procedimento para atribuir ponderações limitadas a cada empresa em cada rebalanceamento é o seguinte:

1. Com dados refletidos na data de referência de rebalanceamento, cada empresa é ponderada pela capitalização de mercado ajustada ao *free float*.
2. Se qualquer empresa tiver uma ponderação superior a A% (onde A% é a ponderação máxima permitida no índice), a ponderação de tal empresa ficará limitada a A%.
3. Toda a ponderação adicional é proporcionalmente redistribuída entre todas as empresas não limitadas dentro do índice.
4. Após esta redistribuição, se a ponderação de outra(s) empresa(s) ultrapassar A%, o processo será repetido iterativamente até nenhuma ação superar o limite de ponderação de A%.
5. A soma das empresas com ponderações superiores a B% não poderá superar C% da ponderação total.
6. Se a regra do passo 5 for infringida, todas as companhias serão classificadas em ordem decrescente conforme suas ponderações e será identificada a companhia que tiver a menor ponderação e que estiver causando o incumprimento do limite C%. Posteriormente, a ponderação de tal companhia será reduzida até cumprir a regra do passo 5 ou até atingir B%.
7. Esta ponderação adicional é redistribuída de maneira proporcional a todas as companhias com ponderações inferiores a B%. Qualquer ação que receber uma ponderação não poderá ultrapassar o limite de B%. Este processo é repetido iterativamente até cumprir o passo 5 ou até todas as ações tiverem uma ponderação superior ou igual a B%.
8. Se a regra do passo 5 ainda estiver sendo incumprida e todas as ações tiverem uma ponderação superior ou igual a B%, será identificada a empresa com a menor ponderação e que estiver causando o incumprimento do limite C%. Posteriormente, a ponderação de tal companhia será reduzida até cumprir a regra do passo 5 ou até atingir B%.
9. Esta ponderação adicional é redistribuída de maneira proporcional entre todas as companhias com ponderações superiores a B%. Qualquer ação que receber uma ponderação não poderá ultrapassar o limite de A%. Este processo é repetido iterativamente até cumprir o passo 5.

No caso de índices que utilizam regras de limitação para mais de um atributo, a S&P Dow Jones Indices usará um programa de otimização para cumprir tais regras. O objetivo desta otimização será minimizar a diferença entre as ponderações de ações antes dos limites e as ponderações limitadas finais. Isso é feito usando um procedimento de otimização que escolhe os pesos finais de forma a minimizar a soma da diferença quadrática do peso limitado e do peso não limitado, dividido pelo peso ilimitado para cada título.

### Método 2:

O segundo método da S&P Dow Jones Indices para atribuir ponderações limitadas a cada empresa ou para limitar a concentração em cada rebalanceamento é o seguinte:

1. Cada empresa é ponderada pela capitalização de mercado ajustada ao *free float* utilizando os dados refletidos na data de referência de rebalanceamento.
2. Se quaisquer dos limites de concentração ou de ponderação de uma empresa individual forem infringidos, a capitalização de mercado ajustada ao *free float* de todos os componentes é elevada da seguinte maneira:

$$\text{Capitalização de mercado do índice}_t = W_t^{1-0.01}$$

onde:

$W_t$  = Capitalização de mercado ajustada ao *free float* do componente  $t$ .

$n$  = Número de repetições de limitação.

3. Se repete o processo até satisfazer os requisitos de limitação do índice.

# Índices não ponderados por capitalização de mercado

## Definição

Um índice não ponderado por capitalização de mercado (também conhecido como índice ponderado por capitalização de mercado modificada) é aquele em que os componentes do índice têm uma ponderação definida pelo usuário. Entre cada rebalanceamento do índice, a maioria dos eventos corporativos geralmente não afeta as ponderações no índice, uma vez que elas são determinadas por meio dos processos definidos a seguir. À medida que os preços das ações variam, as ponderações sofrem alterações e as ponderações modificadas mudam. Por isso, um índice ponderado por capitalização de mercado modificada precisa ser rebalanceado periodicamente para reestabelecer a ponderação adequada dos componentes.

A abordagem geral para calcular índices não ponderados por capitalização de mercado é a mesma utilizada nos índices ponderados por capitalização. Contudo, os valores de mercado dos componentes são redefinidos para atingirem uma ponderação específica em cada rebalanceamento que é diferente de uma ponderação inteiramente por capitalização de mercado ajustada ao *free float*. Lembre-se de duas fórmulas básicas:

$$\text{Nível do índice} = \frac{\text{Valor de mercado do índice}}{\text{Divisor}} \quad (1)$$

e

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * \text{Ações}_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}$$

Para calcular um índice não ponderado por capitalização de mercado, a capitalização de mercado de cada ação utilizada no cálculo é redefinida a fim de todos os componentes apresentarem uma ponderação definida pelo usuário em cada data de rebalanceamento.

Além de ser o produto do preço das ações, das ações em circulação e do *free float* das ações (IWF), conforme já mencionado – e da taxa de câmbio quando aplicável – um novo fator de ajuste é também incorporado ao cálculo da capitalização de mercado a fim de estabelecer a ponderação adequada.

$$\text{Valor de mercado da ação ajustada}_i = P_i * \text{Ações}_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}_i * AWF_i$$

onde  $AWF_i$  é o fator de ajuste da ação  $i$  atribuído em cada data de rebalanceamento do índice,  $t$ , o que faz com que a capitalização de mercado de todos os componentes seja ajustada para atingir a ponderação definida pelo usuário, enquanto mantém o valor de mercado total do índice.

O  $AWF$  de cada componente do índice,  $i$ , na data de rebalanceamento,  $t$ , é calculado por:

$$AWF_{i,t} = \frac{Z}{\text{Valor de mercado ajustado ao free float}_{i,t}} * W_{i,t} \quad (2)$$

onde  $Z$  é uma constante específica do índice estabelecida a fim de calcular o  $AWF$  e, conseqüentemente, cada quantidade de ações utilizada no cálculo do índice (frequentemente

denominadas ações do índice modificado).  $W_{i,t}$  é a ponderação da ação  $i$  definida pelo usuário na data de rebalanceamento  $t$ .

O divisor do índice é definido com base no nível do índice e valor de mercado conforme a equação (1). O nível do índice não é alterado pelos rebalanceamentos do índice. No entanto, uma vez que os preços e as ações em circulação terão sido modificados desde o último rebalanceamento, o divisor será alterado no rebalanceamento.

Portanto:

$$(\text{Divisor})_{\text{após rebalanceamento}} = \frac{(\text{Valor de mercado do índice})_{\text{após rebalanceamento}}}{(\text{Valor do índice})_{\text{antes do rebalanceamento}}}$$

onde:

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * Ações_i * IWF_i * Taxa \text{ de câmbio}_i * AWF_i$$

### **Eventos corporativos e ajustes do índice**

*Para mais informações sobre o tratamento de eventos corporativos, por favor consulte o documento Políticas e Práticas de Índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices. Para mais informações sobre o tratamento específico dentro de uma família de índices, por favor confira a metodologia específica.*



# Índices ponderados por preços

## Definição

Em um índice ponderado por preços, como o Dow Jones Industrial Average, as ponderações dos componentes são definidas unicamente pelos preços das ações que fazem parte do índice. As ações em circulação são definidas como um número uniforme em todo o índice. Os índices que seguem esta metodologia ajustam o divisor do índice no caso de qualquer evento corporativo que afete o preço de alguma das suas ações. Isto inclui ajustes de preços, dividendos especiais, desdobramento de ações e ofertas de direitos. O divisor do índice também será ajustado em caso de uma ação ser adicionada ou eliminada do índice.

O resto dos cálculos de índices segue a metodologia de cálculo padrão baseado no divisor detalhada na seção *Índices ponderados por capitalização*.

*Para mais informações sobre o tratamento de eventos corporativos, por favor confira o documento de Metodologia Políticas e Práticas de Índices de Renda Variável da S&P Dow Jones Indices.*

# Índices com ponderação equitativa

## Definição

Um índice com ponderação equitativa é aquele em que todas as ações ou companhias têm a mesma ponderação e uma carteira que acompanha o índice investirá uma quantidade igual de dólares em cada título. Visto que os preços variam, as ponderações serão alteradas, provocando a perda da igualdade exata. Conseqüentemente, um índice ponderado equitativamente precisa ser rebalanceado periodicamente para reestabelecer a ponderação adequada dos componentes.<sup>2</sup>

A abordagem geral para calcular índices com ponderação equitativa é a mesma utilizada nos índices ponderados por capitalização. Contudo, os valores de mercado dos componentes são redefinidos para atingirem uma ponderação equitativa em cada rebalanceamento. Lembre-se de duas fórmulas básicas:

$$\text{Nível do índice} = \frac{\text{Valor de mercado do índice}}{\text{Divisor}} \quad (1)$$

e

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * Ações_i * IWF_i$$

Para calcular um índice com ponderação equitativa, a capitalização de mercado de cada ação utilizada no cálculo é redefinida a fim de todos os componentes apresentarem uma ponderação equitativa no índice em cada data de rebalanceamento. Além de ser o produto do preço das ações, das ações em circulação e do *free float* das ações (IWF), conforme já mencionado – e da taxa de câmbio quando aplicável – um novo fator de ajuste é também incorporado ao cálculo da capitalização de mercado a fim de estabelecer a ponderação equitativa.

$$\text{Valor de mercado da ação ajustada}_i = P_i * Ações_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}_i * AWF_i \quad (2)$$

onde o *AWF* (Fator de Ponderação Adicional) é o fator de ajuste da ação *i* atribuído em cada data de rebalanceamento do índice, *t*, o que faz com que a capitalização de mercado modificada de todos os componentes seja igual (o que gera, conseqüentemente, uma ponderação equitativa), enquanto mantém o valor de mercado total do índice. O *AWF* de cada componente do índice, *i*, na data do rebalanceamento, *t*, é calculado por:

$$AWF_{i,t} = \frac{Z}{N * \text{Valor de mercado ajustado ao free float}_{i,t}} \quad (3)$$

onde *N* é o número de ações no índice e *Z* é uma constante específica do índice estabelecida a fim de calcular o *AWF* e, conseqüentemente, cada quantidade de ações utilizada no cálculo do índice (frequentemente denominadas ações do índice modificado).

O divisor do índice é definido com base no nível do índice e no valor de mercado conforme a equação (1). O nível do índice não é alterado pelos rebalanceamentos do índice. No entanto, uma vez que os

<sup>2</sup> Pelo contrário, um índice ponderado por capitalização não precisa ser rebalanceado, contanto que não haja modificações nas quantidades de ações, nos IWF, nos retornos de capital, ou nas ações adicionadas ou eliminadas.

preços e as ações em circulação terão sido modificados desde o último rebalanceamento, o divisor será alterado no rebalanceamento.

Portanto:

$$(\text{Divisor})_{\text{após rebalanceamento}} = \frac{(\text{Valor de mercado do índice})_{\text{após rebalanceamento}}}{(\text{Valor do índice})_{\text{antes do rebalanceamento}}}$$

onde:

$$\text{Valor de mercado do índice} = \sum_i P_i * Ações_i * IWF_i * \text{Taxa de câmbio}_i * AWF_i$$

### **Índices com ponderação equitativa modificada**

Há alguns índices ponderados equitativamente que colocam restrições adicionais às ações incluídas no índice. Um exemplo poderia ser um limite na ponderação alocada a um setor ou um limite na ponderação de um país ou região que faz parte do índice. As regras também poderiam estipular uma ponderação máxima para uma ação se o índice aplicar fatores adicionais de liquidez ao determinar as ponderações. Em qualquer desses casos, se um limite for aplicado a fim de cumprir com as restrições, a ponderação adicional seria distribuída de maneira equitativa entre as empresas sem limite de ponderação.

### **Eventos corporativos e ajustes do índice**

*Para mais informações sobre o tratamento de eventos corporativos, por favor confira o documento Políticas e Práticas de Índices de Renda Variável da S&P Dow Jones Indices. Para mais informações sobre o tratamento específico dentro de uma família de índices, por favor confira a metodologia específica.*

# Processo de rebalanceamento de vários dias

Um rebalanceamento, que compreenda um período de vários dias, permite que os índices mudem das ponderações atuais dos componentes do índice para um conjunto de ponderações finais por um número predeterminado de dias. Os incrementos/decréscimos de ponderações de um dia para o outro durante o período de rebalanceamento (ou seja, ponderações suavizadas) serão iguais em tamanho, a não ser que a bolsa de valores de um título estiver fechada durante um dia útil para o índice. O dia 1 do período de rebalanceamento será a data padrão efetiva de rebalanceamento, conforme indicado na metodologia do índice.

A fórmula para calcular a **ponderação suavizada** para cada ação é:

$$= \left( \frac{\text{ponderação suavizada}_{t,i} - \text{ponderação de referência}_{r,i}}{\text{duração do rebalanceamento}} \right) \times \text{número dia do rebalanceamento} :_t + \text{ponderação de referência}_{r,i}$$

onde:

*ponderação suavizada*<sub>t,i</sub> = Ponderação da ação *i* no dia *t*.

*ponderação final*<sub>i,r</sub> = Ponderação da ação *i* correspondente à ponderação determinada no rebalanceamento *r*. Se a ação *i* estiver saindo do índice devido aos critérios de seleção durante o rebalanceamento *r*, então a *ponderação final*<sub>i,r</sub> é 0.

*ponderação de referência*<sub>i,r</sub> = Ponderação da ação *i* para a data de referência do rebalanceamento *r*. Se a ação *i* não fizer parte da composição do índice na data de referência, então a *ponderação de referência*<sub>i,r</sub> é 0.

*duração do rebalanceamento* = O número de dias num processo de rebalanceamento de vários dias. Esse número é variável e é definido pela metodologia do índice.

*número de dias do rebalanceamento*<sub>t</sub> = O número de dias do rebalanceamento no dia *t* de 1 até a *duração do rebalanceamento*.

Após o cálculo do conjunto de ponderações suavizadas para cada ação em cada data de rebalanceamento, as ações do índice são definidas para cada ação, utilizando um cálculo de AWF padrão que compreende os eventos corporativos prospectivos durante o período de rebalanceamento:

$$AWF_{i,t} = \frac{(\text{ponderação suavizada}_{t,i} * \text{fator } z)}{(\text{preço da ação}_{r,i} * \text{fx rate}_{r,i} * \text{ações em circulação}_{t,i} * IWF_{r,i} * \text{Fator de ajuste de preço})}$$

O *Fator de ajuste de preço*<sub>t,i</sub> compreenderá quaisquer eventos corporativos para ações<sub>i</sub> entre a data de referência e a data do rebalanceamento em questão. Por exemplo, se houver um desdobramento de ações de 2 por 1 no dia 3 do rebalanceamento de um período de rebalanceamento de 5 dias, o AWF calculado para a ação na data de referência utilizará um fator de ajuste de 0,5. O AWF calculado para os dias 1 e 2 do período do rebalanceamento usará um fator de ajuste de 1.

O cálculo diário dos rebalanceamentos de vários dias será realizado usando a metodologia de cálculo padrão para índices ponderados.

As ações do índice e os AWFs manterão os seus valores anunciados originalmente durante todo o período pró-forma, a menos que haja eventos corporativos anunciados após a data pró-forma mais com efeito antes do final do período de rebalanceamento.

### Feriados de bolsa de valores

Exceto nos primeiros e penúltimos dias do período de rebalanceamento, os dias feriados da bolsa que ocorram durante o período de rebalanceamento e que NÃO resultem em um fechamento do índice, ajustarão as ponderações suavizadas individuais de cada título no dia feriado. A ponderação suavizada das ações no dia feriado  $t$  se congelará no dia  $t + 1$ . No primeiro dia, as ações sempre terão a primeira ponderação suavizada do período de rebalanceamento. Se houver um feriado no penúltimo dia do rebalanceamento, as ações afetadas serão suavizadas à sua ponderação final um dia antes, e levarão essa ponderação para o último dia, a não ser que sejam excluídos do índice. Em caso de excluir uma ação durante um período de rebalanceamento com um feriado no penúltimo dia, a ponderação da ação será nivelada durante os últimos dias de negociação. De forma similar, se houver múltiplos feriados no final do período de rebalanceamento, o período de nivelação se condensará no resto dos dias de negociação dentro do período de rebalanceamento. Se um feriado de uma bolsa for anunciado após a data de referência ou houver um fechamento inesperado da mesma, a trajetória de planeio (*glide path*) será restabelecida para os dias restantes de acordo com os exemplos 2 e 3 a seguir.

Por favor, veja os exemplos abaixo. Todas as ponderações no exemplo são obtidas desde o início da data efetiva.

#### Exemplo 1:

Ponderação do Índice na Data de Referência = 1,2%; Ponderação final = 1,7%; Nº de dias de rebalanceamento = 5; Delta de ponderação = 0,5%; Incremento diário = 0,1%; O **dia 2** é um feriado.

1. Ponderação do dia 1 =  $1,2\% + 0,1\% * 1 = 1,3\%$
2. Ponderação do dia 2 =  $1,2\% + 0,1\% * 2 = 1,4\%$
3. Ponderação do dia 3 = ponderação do dia 2
4. Ponderação do dia 4 =  $1,2\% + 0,1\% * 4 = 1,6\%$
5. Ponderação do dia 5 =  $1,2\% + 0,1\% * 5 = 1,7\%$

#### Exemplo 2:

Ponderação do Índice na Data de Referência = 1,2%; Ponderação final = 1,7%; Nº de dias de rebalanceamento = 5; Delta de ponderação = 0,5%; Incremento diário = 0,1%; O **dia 4** é um feriado.

1. Ponderação do dia 1 =  $1,2\% + 0,1\% * 1 = 1,3\%$
2. Ponderação do dia 2 =  $1,2\% + 0,1\% * 2 = 1,4\%$
3. Ponderação do dia 3 =  $1,2\% + 0,1\% * 3 = 1,5\%$
4. Ponderação do dia 4 =  $1,2\% + 0,1\% * 5 = 1,7\%$
5. Ponderação do dia 5 = ponderação do dia 4

#### Exemplo 3:

Ponderação do Índice na Data de Referência = 1,2%; Ponderação final = 0,0% (exclusão do índice); Nº de dias de rebalanceamento = 5; Delta de ponderação = 1,2%; Incremento diário = 0,3%; O **dia 4** é um feriado.

1. Ponderação do dia 1 =  $1,2\% + 0,3\% * 1 = 0,9\%$
2. Ponderação do dia 2 =  $1,2\% + 0,3\% * 1 = 0,6\%$

3. Ponderação do dia 3 =  $1,2\% + 0,3\% * 1 = 0,3\%$
4. Ponderação do dia 4 =  $1,2\% + 0,3\% * 1 = 0,0\% =$  Excluído do índice
5. Ponderação do dia 5 = Excluído do índice

### **Data de congelamento**

Um processo de rebalanceamento de vários dias pode ser suspenso em um determinado dia, utilizando uma **Data de Congelamento**. Em uma data de congelamento, as ponderações finais para um determinado dia no período de rebalanceamento são transferidas do dia anterior. Numa data de congelamento, o período de rebalanceamento se estende pelo número total de datas de congelamento durante o período de rebalanceamento. Uma data de congelamento não aumentará a *duração do rebalanceamento*, apenas moverá a data final do rebalanceamento.

As capacidades do processo de rebalanceamento de vários dias são compatíveis com as metodologias de ponderações padrões e ponderações equitativas.

# Cálculos de retorno total

As seções anteriores estiveram relacionadas com índices de preços em que mudanças nos níveis dos índices refletem mudanças nos preços das ações. Em um índice de retorno total, as mudanças no nível do índice refletem tanto variações nos preços das ações quanto o reinvestimento dos rendimentos de dividendos. Um índice de retorno total representa o retorno total ganho em uma carteira que acompanha o índice de preços subjacente e reinveste os rendimentos dos dividendos no índice geral, não em uma ação específica que faz o pagamento dos dividendos.

Diferentemente dos índices de preços, os índices de retorno total são construídos com base no índice de preços e nos retornos totais diários dos dividendos. O primeiro passo é calcular o dividendo total pago em um certo dia e converter esta cifra em pontos do índice de preços:

$$\text{Dividendo diário total} = \sum_i \text{Dividendo}_i * \text{Ações}_i \quad (1)$$

Onde *Dividendo* é o dividendo por ação pago no caso da ação *i* e *Ações* são as ações. Este procedimento é aplicado para todos os dias de negociação. O *Dividendo<sub>i</sub>* é geralmente zero, com exceção de quatro vezes por ano, quando ele se torna ex-dividendos para o pagamento trimestral de dividendos.<sup>3</sup> É possível algumas ações emitirem dividendos de forma mensal, semestral ou anual. Algumas ações não pagam um dividendo e o *Dividendo* é sempre igual a zero. O *Dividendo diário total* é medido em dólares. Posteriormente, é convertido em pontos do índice dividindo pelo divisor do índice de preços subjacente:

$$\text{Dividendo do índice} = \frac{\text{Dividendo diário total}}{\text{Divisor}} \quad (2)$$

O seguinte passo é aplicar a definição usual de um retorno total fornecido por um instrumento financeiro a um índice de preços. A equação (1) proporciona a definição e a equação (2) aplica esta definição ao índice:

$$\text{Retorno total} = \left( \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} \right) - 1$$

e

$$\text{DTR}_t = \left( \frac{\text{Nível do índice}_t + \text{Dividendo do índice}_t}{\text{Nível do índice}_{t-1}} - 1 \right)$$

onde o *Retorno total* e o retorno total diário do índice (*DTR*) são expressos como um decimal. O *DTR* é usado para atualizar o índice de retorno total de um dia para o próximo:

$$\text{Índice de retorno total}_t = (\text{Índice de retorno total}_{t-1}) * (1 + \text{DTR}_t)$$

---

<sup>3</sup>O *Dividendo* pode ser negativo se uma correção de dividendo for aplicada a uma ação específica. Nesses casos, um retorno total pode ter um valor menor que o retorno sobre o preço. Para mais detalhes sobre a correção de dividendos, confira o documento *Políticas e Práticas de Índices de Renda Variável da S&P Dow Jones Indices*.

## Cálculos de retorno total líquido

Para representar os impostos retidos derivados de dividendos, utiliza-se o cálculo de retornos líquidos totais. O cálculo é idêntico àqueles detalhados na seção anterior que trata de retornos totais, com a exceção de que cada dividendo é ajustado para representar os impostos extraídos do pagamento.

Incluir a taxa de retenção no cálculo no primeiro passo é tudo o que precisa ser feito. O cálculo pode continuar de forma idêntica a partir desse ponto:

$$\textit{Dividendos diários totais} = \sum_i \textit{Dividendos}_i * \textit{Ações}_i * (1 - \textit{Taxa de retenção}_i)$$

As taxas de impostos utilizadas nos índices globais da S&P Dow Jones Indices são aquelas utilizadas sob o ponto de vista de um investidor de Luxemburgo. No entanto, em famílias de índices domésticos, serão aplicadas taxas de impostos do ponto de vista de um investidor doméstico.



# Índices de retorno total ajustados a créditos tributários (franking)

Índices de retorno total adicional estão disponíveis para vários S&P/ASX Índices com ajuste para o efeito fiscal dos créditos tributários (franking) associados a dividendos pagos em dinheiro. Os índices utilizam taxas de impostos pertinentes para dois segmentos de investidores: uma versão incorpora uma taxa de 0%, pertinente para investidores isentos de impostos, e uma segunda versão utiliza uma taxa de 15%, pertinente para fundos de pensão australianos. Os créditos tributários (franking) ligados a dividendos em dinheiro regulares quanto especiais estão incluídos no seguinte cálculo.

Para calcular os pontos de dividendos brutos reinvestidos nos Índices de retorno total ajustado a créditos tributários (franking):

$$\text{Dividendo bruto} = [\text{Dividendo reportado} * (1 - \% \text{ tributado}) + (\text{Dividendo reportado} * (\% \text{ tributado} / 1 - \text{taxa de imposto da companhia}))]$$

O efeito fiscal líquido da taxa do crédito tributário (franking) é calculado com base na taxa de impostos do investidor (ou seja, 0% para investidores isentos de impostos e 15% para fundos de pensão).

$$\text{Efeito fiscal líquido} = [\text{Dividendo bruto} * (1 - \text{Taxa de impostos do investidor})] - \text{Dividendo reportado}$$

Posteriormente, o efeito fiscal líquido de cada dividendo é multiplicado pelas ações dessa companhia no índice, a fim de calcular a capitalização de mercado do dividendo bruto.

$$\text{Capitalização de mercado do dividendo bruto} = \text{Efeito fiscal líquido} * \text{Ações no índice}$$

Estes são depois somados a todos os dividendos que negociarão como ex-dividendos naquela data e convertidos em pontos de dividendo ao dividir pelo divisor do índice

$$\text{Pontos do dividendo bruto} = \text{soma das capitalizações de mercado do dividendo bruto} / \text{Divisor do índice}$$

**Índices de retorno total anual ajustado a créditos tributários (franking).** Esta série de índices acumula diariamente um conjunto de pontos de dividendos brutos e os reinveste através do índice de forma anual após o fim do ano financeiro. O reinvestimento ocorre no encerramento do mercado no primeiro dia de negociação após o dia 30 de junho. Os pontos de dividendo brutos são calculados a partir do valor da capitalização de mercado do dividendo bruto (menos a capitalização de mercado do dividendo reportado) dividido pelo divisor do índice na data ex-dividendos do dividendo respectivo.

**Índices de retorno total diário ajustado a créditos tributários (franking).** Em lugar de permitir um conjunto separado de pontos de dividendos brutos, esta série de índices reinveste diariamente o valor do dividendo bruto no índice no encerramento da data ex-dividendos.

# Índices de moeda e índices de moeda com proteção cambial

Um índice de moeda com proteção cambial procura representar os retornos daquelas estratégias de investimento globais que envolvem a cobertura do risco cambial, mas não do risco subjacente dos componentes.<sup>4</sup>

Os investidores que utilizam uma estratégia de moeda com proteção cambial procuram eliminar o risco das flutuações cambiais e estão dispostos a sacrificar possíveis ganhos em moeda estrangeira. Ao vender contratos de forward cambiais, os investidores globais podem fixar taxas de câmbio atuais e administrar seu risco cambial. Os ganhos (perdas) de contratos cambiais são compensados pelas perdas (ganhos) no valor da moeda, eliminando assim a exposição ao risco cambial.

## Definições de retorno

Os índices de moeda com proteção cambial padrão da S&P Dow Jones Indices são calculados mediante a cobertura dos saldos do início do período usando contratos de forward com rolagem mensal. O valor protegido é ajustado mensalmente.

Os retornos são definidos da seguinte forma:

$$\text{Retorno da moeda} = \left( \frac{\text{End Spot Rate}}{\text{Beginning Spot Rate}} \right) - 1$$

$$\text{Retorno sem proteção} = (1 + \text{Local Total Return}) * (1 + \text{Currency Return}) - 1$$

$$\text{Retorno da moeda no retorno total local sem proteção} = (\text{Currency Return}) * (1 + \text{Local Total Return})$$

$$\text{Retorno do forward} = \left( \frac{\text{Beginning one - month Forward Rate}}{\text{Beginning Spot Rate}} \right) - 1$$

$$\text{Retorno da proteção cambial} = \text{HedgeRatio} * (\text{Forward Return} - \text{Currency Return})$$

$$\text{Retorno do índice com proteção cambial} = \text{Retorno total local} + \text{Retorno da moeda no retorno total local sem proteção}$$

$$\text{Nível do índice com proteção cambial} = \text{Nível inicial do índice com proteção cambial} * (1 + \text{Retorno do índice com proteção cambial})$$

Para facilitar a replicação, a S&P Dow Jones Indices determina a quantidade de contratos de forward cambiais vendidos usando uma data de referência de rebalanceamento do índice.<sup>5</sup>

Na data de referência do índice, que ocorre no dia útil anterior ao encerramento do mês, são definidas as quantidades de forwards no rebalanceamento e as ponderações das moedas. Como resultado das

<sup>4</sup> Risco cambial simplesmente quer dizer o risco atribuível ao fato de um título ser negociado em uma moeda diferente da moeda local do investidor. Esta definição não inclui os riscos que as mudanças na taxa de câmbio podem ter no desempenho do preço de um título subjacente.

<sup>5</sup> Antes do dia 1 de março de 2015, os índices de moeda com proteção cambial da S&P Dow Jones Indices utilizavam o fechamento do mês tanto para a data de referência do índice quanto para data de referência do rebalanceamento.

definições das quantidades de forwards e das ponderações de moedas ocorrerem um dia útil antes ao rebalanceamento final do mês, um fator de ajuste é usado no cálculo do retorno da proteção cambial a fim de representar o desempenho do Índice de moeda com proteção cambial da S&P Dow Jones Indices no último dia útil no mês. Confira a seção de cálculo dos índices para mais detalhes.

A S&P Dow Jones Indices também oferece índices diários de moeda com proteção cambial para clientes que precisam de benchmarks com proteção mais frequente. Estes índices diários são diferentes dos índices padrão de moeda com proteção cambial dado que ajustam a quantidade de contratos de forward que vencem no encerramento do mês, de maneira diária, de acordo com o desempenho do índice subjacente. Isto reduz ainda mais o risco cambial decorrente de uma proteção insuficiente ou excessiva derivada do movimento do índice entre dois períodos de rolagem mensal.

A seguir, são apresentados detalhes das fórmulas usadas no cálculo dos índices de moeda com proteção cambial da S&P Dow Jones Indices.

### A relação da proteção cambial

A relação da proteção cambial é simplesmente a proporção da exposição à moeda da carteira que apresenta proteção cambial.

- **Índice padrão da moeda com proteção cambial.** Em um índice padrão de moeda com proteção cambial, o objetivo é simplesmente eliminar o risco cambial da carteira. Portanto, a relação de proteção cambial usada é de 100%.
- **Sem proteção.** Um investidor que esperar um potencial de ganho da moeda local da carteira do índice versus a moeda doméstica, ou que não desejar eliminar o risco cambial da carteira, usará um índice não com proteção cambial. Neste caso, a relação de proteção cambial é igual a 0 e o índice simplesmente se converte no índice padrão calculado na moeda doméstica do investidor. Tais índices estão disponíveis nas principais moedas como índices padrão para muitos indicadores da S&P Dow Jones Indices.

Diferentemente de um índice padrão de moeda com proteção cambial de 100%, que procura eliminar o risco cambial e tem exposição passiva às ações, as carteiras com proteção excessiva ou insuficiente procuram assumir os riscos cambiais ativos em diversos graus com base na visão do gestor da carteira sobre os movimentos futuros das moedas.

- **Proteção excessiva.** Um investidor que esperar um potencial de ganho significativo da moeda doméstica versus a moeda local da carteira do índice, poderá tomar a decisão de dobrar a exposição à moeda. Neste caso, a relação de proteção cambial será de 200%.
- **Proteção insuficiente.** Um investidor que esperar algum potencial de ganho da moeda local da carteira do índice versus a moeda nacional, mas que quiser eliminar uma parte do risco cambial, poderá tomar a decisão de proteger a metade da exposição à moeda usando uma relação de proteção cambial de 50%.

A S&P Dow Jones Indices calcula índices com relações da proteção cambial diferentes de 100% porém os trata como índices personalizados.

### Calculando um índice de moeda com proteção cambial

Usando as definições de retorno das páginas anteriores, o retorno do índice de moeda com proteção cambial pode ser expresso como:

$$\text{Retorno do índice com proteção cambial} = \text{Retorno total local} + \text{Retorno da moeda} * (1 + \text{Retorno total local}) + \text{Retorno da proteção cambial}$$

Reformulando os rendimentos:

$$\text{Retorno do índice com proteção cambial} = (1 + \text{Retorno local}) * (1 + \text{Retorno da moeda}) - 1 + \text{Retorno da proteção cambial}$$

Novamente, usando as definições dos retornos nas páginas anteriores com uma relação de proteção cambial de 1 (100%), a expressão produz:

$$\text{Retorno do índice com proteção cambial} = \text{Retorno do índice sem proteção} + \text{Retorno da proteção cambial}$$

$$\text{Retorno do índice com proteção cambial} = \text{Retorno do índice sem proteção} + \text{Retorno do forward} - \text{Retorno da moeda}$$

Esta equação é mais intuitiva uma vez que ao utilizar uma proteção de 100% da moeda de uma carteira, o investidor sacrifica os ganhos (ou perdas) na moeda em troca dos ganhos (ou perdas) em um contrato forward.

Com base na equação anterior, podemos ver que a volatilidade do índice com proteção cambial depende da volatilidade do retorno do índice sem proteção, do retorno do forward e do retorno da moeda, e suas correlações de pares.

Estas variáveis determinarão se a volatilidade da série de retornos protegidos por hedge é maior, igual ou menor do que a volatilidade da série de retornos não protegidos.

### Resultados da proteção cambial de moedas

Os resultados de uma estratégia de índice de moeda com proteção cambial versus uma estratégia sem proteção variam dependendo da flutuação da taxa de câmbio entre a moeda local e a moeda nacional do investidor.

O processo padrão de proteção de moeda da S&P Dow Jones Indices envolve eliminar o risco cambial usando uma relação de proteção cambial de 1 (100%).

1. O índice da moeda com proteção cambial não fornece necessariamente um retorno exatamente igual ao retorno do índice disponível ao investidor do mercado local. Isto ocorre porque há dois retornos adicionais: o retorno da moeda no retorno total local e o retorno da proteção cambial. Estas duas variáveis geralmente somam um valor diferente de zero porque a rolagem mensal dos contratos de forward não produz uma proteção perfeita. Além disso, o retorno total local entre dois períodos de reajuste permanece sem proteção. No entanto, a proteção não garante que esses dois retornos permaneçam próximos.
2. Os resultados de uma estratégia de índice com moeda com proteção cambial versus uma estratégia sem proteção variam dependendo da flutuação da taxa de câmbio entre a moeda local e a moeda nacional do investidor. Por exemplo, uma depreciação do Euro em 1999 provocou um retorno sem proteção cambial do S&P 500 de 40,0% para os investidores europeus, enquanto os investidores europeus que protegeram com hedge sua exposição ao dólar americano, tiveram um retorno de 17,3%. Em contrapartida, em 2003, uma valorização do Euro gerou um retorno sem proteção cambial do S&P 500 de 5,1% para os investidores europeus, enquanto os investidores europeus que protegeram sua exposição ao dólar americano, tiveram um retorno de 27,3%.

### Cálculo dos índices

#### Série de retorno mensal (para índices mensais de moedas com proteção cambial)

$m$  = O mês de cálculo, representado como 0, 1, 2, etc.

$SPI_{EH_m}$  = O nível do índice de moeda com proteção cambial no final do mês  $m$

$SPI_{EH_{m-1}}$  = O nível do índice de moeda com proteção cambial no final do mês anterior

$SPI\_EH_{m-1}$  = O nível do índice de moeda com proteção cambial da S&P Dow Jones Indices na data de referência do final do mês anterior. A data de referência padrão da S&P Dow Jones Indices para índices protegidos é um dia útil antes da data de rebalanceamento do final do mês.

$SPI\_MAF$  = Fator de ajuste mensal do índice para representar o desempenho do índice de moeda com proteção cambial da S&P Dow Jones Indices entre a data de referência e a data de rebalanceamento no final do mês. É calculado como a taxa do nível do índice de moeda com proteção cambial na data de referência e no final do mês.

$$SPI\_MAF = \left( \frac{SPI\_EH_{mr-1}}{SPI\_EH_{m-1}} \right)$$

$SPI\_E_m$  = O nível do índice da S&P Dow Jones Indices em moeda estrangeira no final do mês  $m$

$SPI\_E_{m-1}$  = O nível do índice da S&P Dow Jones Indices em moeda estrangeira no final do mês anterior

$SPI\_EL_{m-1}$  = O nível do índice da S&P Dow Jones Indices em moeda local no final do mês anterior,  $m-1$

$HR_m$  = O retorno da proteção cambial (%) durante o mês  $m$

$S_m$  = A taxa à vista em moeda estrangeira por moeda local ( $FC/LC$ ), no final do mês  $m$

$S_{mr}$  = A taxa à vista em moeda estrangeira por moeda local ( $FC/LC$ ) na data de referência do índice no mês  $m$

$F_m$  = A taxa a prazo do primeiro mês em moeda estrangeira por moeda local ( $FC/LC$ ), no final do mês  $m$

Para o final do mês  $m = 1$ ,

$$SPI\_EH_1 = SPI\_EH_0 * \left( \frac{SPI\_E_1}{SPI\_E_0} + HR_1 \right)$$

Para o final do mês  $m$ ,

$$SPI\_EH_m = SPI\_EH_{m-1} * \left( \frac{SPI\_E_m}{SPI\_E_{m-1}} + HR_m \right)$$

O retorno da proteção cambial para os índices mensais de moeda com proteção cambial é:

$$HR_m = \left( \frac{F_{m-1}}{S_{mr-1}} - \frac{S_m}{S_{mr-1}} \right) * SPI\_MAF$$

### **Série de retorno diário (para índices mensais de moeda com proteção cambial e índices diários de moeda com proteção cambial)**

As séries de retorno diário são calculadas pela interpolação entre o preço à vista e o preço a prazo.

Para cada mês  $m$ , há  $d = 1, 2, 3 \dots D$  dias consecutivos.

$md$  é o dia  $d$  para o mês  $m$ ,  $m0$  é o último dia útil do mês  $m-1$  e  $mr0$  é o dia de referência do índice do mês  $m-1$ .

$F\_I_{md}$  = A taxa a prazo interpolada no dia  $d$  do mês  $m$

$AF_{md}$  = O fator de ajuste para índices diários protegidos por no dia  $d$  do mês  $m$

$$F_{-I_{md}} = S_{md} + \left( \frac{D-d}{D} \right) * (F_{md} - S_{md})$$

$$AF_{md} = \frac{S_{PI\_EL_{md-1}}}{S_{PI\_EL_{m0}}}$$

Para o dia  $d$  do mês  $m$ ,

$$S_{PI\_EH_{md}} = S_{PI\_EH_{m0}} * \left( \frac{S_{PI\_E_{md}}}{S_{PI\_E_{m0}}} + HR_{md} \right)$$

O retorno da proteção cambial para os índices mensais de moeda com proteção cambial é:

$$HR_{md} = \left( \frac{F_{m0}}{S_{mr0}} - \frac{F_{-I_{md}}}{S_{mr0}} \right) * S_{PI\_MAF}$$

O retorno da proteção cambial para os índices diários de moeda com proteção cambial é calculado da seguinte forma:

Quando o dia  $d$  é o primeiro dia útil do mês  $m$ ,

$$HR_{md} = AF_{md} * \left( \frac{F_{m0}}{S_{mr0}} - \frac{F_{-I_{md}}}{S_{mr0}} \right)$$

Quando o dia  $d$  não é o primeiro dia útil do mês  $m$ ,

$$HR_{md} = AF_{md} * \left( \frac{F_{-I_{md-1}}}{S_{mr0}} - \frac{F_{-I_{md}}}{S_{mr0}} \right) + HR_{md-1}$$

### Índices dinâmicos de retorno protegido por hedge

Os índices dinâmicos de retorno protegido por hedge são rebalanceados no mínimo uma vez por mês, conforme a série mensal descrita anteriormente, mas incluem um mecanismo para garantir que, após um limiar estabelecido, o índice não esteja sobre protegido ou, pelo contrário, que a sua proteção seja insuficiente. Para medir isso são levadas em conta as mudanças percentuais do valor atual do índice protegido versus o valor do índice protegido na data de referência anterior. Se o limiar for ultrapassado, será feito um ajuste dentro do mesmo mês. Nesse caso, a proteção por hedge é restabelecida no valor do índice protegido no dia em que o limiar foi ultrapassado e será efetiva após o fechamento do dia útil seguinte, utilizando o valor interpolado atual do contrato a termo (forward) com vencimento no final do mês. Assim, as fórmulas para os índices dinâmicos protegidos por hedge ficam como a seguir:

$S_{PI\_EH_d}$  = O nível do índice de moeda protegida por hedge da S&P Dow Jones Indices no dia  $d$

$S_{PI\_EH_{rb}}$  = O nível do índice de moeda protegida por hedge da S&P Dow Jones Indices na data de rebalanceamento anterior

$S_{PI\_EH_{rf}}$  = O nível do índice de moeda protegida por hedge da S&P Dow Jones Indices na data de referência anterior. A data de referência padrão da S&P Dow Jones Indices para índices protegidos por hedge é um dia antes da data de rebalanceamento.

$SPI_{AF}$	= Fator de ajuste do índice para representar o desempenho do índice de moeda protegida por hedge da S&P Dow Jones Indices entre a data de referência e a data de rebalanceamento. É calculado como a taxa do nível do índice de moeda protegida por hedge da S&P Dow Jones Indices na data de referência e na data de rebalanceamento.
$SPI_{E_d}$	= O nível do índice da S&P Dow Jones Indices, em moeda estrangeira, no dia d
$SPI_{E_{rb}}$	= O nível do índice da S&P Dow Jones Indices, em moeda estrangeira, na data de rebalanceamento anterior
$HR_d$	= O retorno do hedge (%) no dia d desde a última data de rebalanceamento
$S_d$	= A taxa à vista em moeda estrangeira por moeda local (FC/LC), no dia d
$S_{rf}$	= A taxa à vista em moeda estrangeira por moeda local (FC/LC), no dia anterior à data de referência
$F_d$	= A taxa do <i>forward</i> em moeda estrangeira por moeda local (FC/LC), no dia d
$F_{I_d}$	= A taxa do <i>forward</i> interpolada no dia d
$F_{I_{rb}}$	= A taxa do <i>forward</i> interpolada na data de rebalanceamento anterior

A fórmula para determinar a necessidade de um rebalanceamento dentro do mês é a seguinte:

$$Se (abs((SPI_{EH_d} / SPI_{EH_{rf}}) - 1)) > TH$$

onde:

$$TH = \text{Percentagem do limiar do índice}$$

Posteriormente, é realizado o rebalanceamento.

A taxa do forward interpolada no dia  $d$  é calculada do modo a seguir:

$$F_{I_d} = S_d + (F_d - S_d) * \left( \frac{Dias(d,nrb)}{Dias(d,exp)} \right)$$

onde:

$$Dias(d,nrb) = \text{Dias entre o dia } d \text{ e a próxima data de rebalanceamento programada}$$

$$Dias(d,nrb) = \text{Dias entre o dia } d \text{ e a data de vencimento da taxa do } forward \text{ utilizada}$$

Sempre que for apropriado, serão aplicadas convenções de liquidação padrão tanto na taxa à vista quanto na taxa do contrato a termo para determinar as datas exatas de liquidação a serem utilizadas na interpolação.

O retorno do hedge para os índices dinâmicos de moeda protegida por hedge é:

$$HR_d = \left( \frac{F_{I_{rb}}}{S_{rf}} - \frac{F_{I_d}}{S_{rf}} \right) * SPI_{AF}$$

Para o valor do índice no dia  $d$  é:

$$SPI_{EH_d} = SPI_{EH_{rb}} * \left( \frac{SPI_{E_d}}{SPI_{E_{rb}}} + HR_d \right)$$

### Índices de excesso nos retornos de moeda com proteção cambial

Dado que um índice de excesso nos retornos calcula o retorno de um investimento em um índice em que o investimento foi realizado com fundos emprestados, é possível se proteger do risco cambial utilizando fundos emprestados na moeda do investimento. Neste caso, o valor inicial do índice em cada período de proteção não será afetado pelos retornos de moeda, mais os ganhos ou perdas durante o período estarão afetados pelo rendimento da moeda.

Quando os ganhos e perdas de cada período de proteção não estão protegidas, os retornos são calculados como a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Excessos nos retornos protegidos} \\ &= \text{Excessos nos retornos locais} \\ &+ \text{Retornos de moeda sobre excessos nos retornos locais sem hedge} \end{aligned}$$

Quando os ganhos e perdas de cada período de proteção estão protegidos, os retornos são calculados como a seguir

$$\begin{aligned} \text{Excessos nos retornos protegidos} \\ &= \text{Excessos nos retornos locais} \\ &+ \text{Retornos de moeda sobre excessos nos retornos locais sem hedge} + \text{Retornos com hedge} \end{aligned}$$



No caso de moedas não convertíveis, os retornos de moeda sobre excessos nos retornos locais não protegidos são calculados utilizando a taxa do *forward* atual com base no primeiro contrato de *forward* com vencimento na semana mais próxima em vez do preço à vista. Neste caso, os retornos dos índices de excesso nos retornos com proteção cambial diária são calculados como a seguir (vale a pena notar que as taxas cambiais são cotadas em moeda local por moeda estrangeira no caso de moedas não convertíveis):

$$\begin{aligned} & \text{Excessos nos retornos protegidos} \\ &= \text{Excessos nos retornos locais} + \left( \text{Excessos nos retornos locais} * \frac{F\_week_{m0}^{NC}}{F\_week_{md}^{NC}} \right) \\ &+ \text{Retornos com hedge} \end{aligned}$$

Os índices de excesso nos retornos com proteção cambial diária são definidos a partir da fórmula a seguir:

Quando o dia  $d$  é o primeiro dia útil do mês  $m$ ,

$$HR_{md} = 0$$

Quando o dia  $d$  não é o primeiro dia útil do mês  $m$ ,

$$HR_{md} = AF\_ER_{md} * \left( \frac{F\_week_{m0}^{NC}}{F\_I_{md-1}^{NC}} - \frac{F\_week_{m0}^{NC}}{F\_I_{md}^{NC}} \right) + HR_{md-1}$$

onde

$F\_week_{md}^{NC}$  = A primeira taxa do *forward* da semana mais próxima em moeda local por moeda estrangeira (LC/FC) no dia  $d$  do mês  $m$

$F\_week_{m0}^{NC}$  = A primeira taxa do *forward* da semana mais próxima em moeda local por moeda estrangeira (LC/FC) no final do mês anterior,  $m-1$

$F\_I_{md}^{NC}$  = A taxa do *forward* interpolada em moeda local por moeda estrangeira (LC/FC) no dia  $d$  do mês  $m$

$$F\_I_{md}^{NC} = S_{md}^{NC} + \left( \frac{D-d}{D} \right) * (F_{md}^{NC} - S_{md}^{NC})$$

$S_{md}^{NC}$  = O preço à vista em moeda local por moeda estrangeira (LC/FC) no dia  $d$  do mês  $m$

$F_{md}^{NC}$  = A primeira taxa do *forward* do mês mais próximo em moeda local por moeda estrangeira (LC/FC) no dia  $d$  do mês  $m$

$D$  = número de dias úteis no mês  $m$

$AF\_ER_{md}$  = O fator de ajuste para índices com proteção cambial diária no dia  $d$  do mês  $m$

$$AF\_ER_{md} = SPERI\_EL_{md-1} / SPERI\_EL_{m0} - 1$$

onde:

$SPERI\_EL_{md}$  = O nível do índice de excesso nos retornos da S&P Dow Jones Indices, em moeda local, no dia  $d$  do mês  $m$

$SPERI\_EL_{m0}$  = O nível do índice de excesso nos retornos da S&P Dow Jones Indices, em moeda local, no final do mês anterior,  $m-1$

## Quanto Currency Adjusted Index

O Quanto Currency Adjusted Index representa o retorno de um índice subjacente, desde a perspectiva de uma parte estrangeira, e incorpora o retorno respectivo do par de moedas ao retorno do índice subjacente. Difere da simples expressão de um índice em moeda estrangeira, porque representa o empréstimo na moeda do índice para financiar um investimento em ativos representados pelo índice.

Por exemplo, suponha que um investidor dos Estados Unidos faça a seguinte operação diariamente:

1. Capta 100 GBP em Londres, garantido pelo valor equivalente a USD num banco dos EUA
2. Investe 100 GBP em ações do índice do Reino Unido proporcionalmente às suas ponderações de índice

O investidor geraria lucro ou prejuízo igual ao retorno do índice do Reino Unido. Também ganhariam o retorno do índice combinado e o retorno do par de moedas sobre o lucro/prejuízo. O retorno de índice combinado/moeda não seria ganho no seu principal, porque os ativos do Reino Unido podem ser vendidos para satisfazer o empréstimo do Reino Unido e fechar a posição.

Aritmeticamente, um índice cambial ajustado de opções quanto pode ser representado da seguinte forma:

$$SPI\_QA(t+1) = SPI\_QA(t) \times \left[ \left( \frac{SPI\_E(t)}{SPI\_E} + \left( \frac{SPI\_E(t)}{SPI\_E} - 1 \right) \times \left( \frac{t-n(-1)}{S} - 1 \right) \right) \right]$$

onde:

$SPI\_QA(t+1)$  = Nível do Quanto Currency-Adjusted Index, a partir do dia (t+1)

$SPI\_QA(t)$  = Nível do Quanto Currency-Adjusted Index, a partir do dia (t)

$SPI\_E(t+1)$  = Nível do Índice Subjacente, a partir do dia (t+1)

$SPI\_E(t)$  = Nível do Índice Subjacente, a partir do dia (t)

$SPI\_E(t-n)$  = Nível do Índice Subjacente, a partir do dia (t-n), onde n = (0 ou 1), correspondente à diferença nos dias de negociação entre a parte estrangeira e o índice subjacente<sup>6</sup>

$S(t+1)$  = Taxa à vista para o par de moedas a partir da data (t+1)

$S(t)$  = Taxa à vista para o par de moedas a partir da data (t)

Os retornos do índice também podem ser demonstrados como segue:

$$\begin{aligned} \text{Retornos de Quanto Currency - Adjusted Index} \\ = \text{Retornos do Índice} + (\text{Retornos do Índice} - 1) \times (\text{Retorno da Moeda}) \end{aligned}$$

**Nível negativo/zero de um índice.** Para obter mais informações sobre a possibilidade de níveis de índice negativo ou zero, consulte a seção *Nível negativo/zero de um índice*.

<sup>6</sup> Por exemplo, para partes estrangeiras em um fuso horário Ásia-Pacífico que empregam essa estratégia para adquirir ativos nos EUA, n=1 para contabilizar a diferença do dia de negociação entre a parte e o índice.

# Cálculo de índices de retorno em moeda nacional

## Antecedentes

Os cálculos do retorno em moeda nacional (DCR em inglês) são utilizados para determinar o retorno de um índice sem considerar as flutuações na taxa de câmbio. É possível fazer isto como uma forma de realizar uma atribuição a um índice com componentes que não negociam na mesma moeda. Ao comparar o desempenho do índice ponderado por capitalização de mercado ajustada ao free-float com o desempenho do mesmo índice utilizando o DCR, é possível calcular o desempenho graças às variações na taxa de câmbio.

No caso do DCR, é possível calcular a variação percentual do índice de período para período com base na variação percentual ponderada do preço local de cada título e depois construir os níveis do índice a partir destas variações percentuais. Em um índice baseado no divisor, o processo é inverso: o nível do índice é calculado como o valor de mercado total dividido pelo divisor e a variação percentual de período para período é calculada a partir dos níveis do índice. Ambos métodos precisam de um período base ou valor de divisor inicial para a normalização. Em um índice em que todos seus componentes negociem na mesma moeda, ambos métodos fornecem os mesmos resultados.

No cálculo do DCR, se faz o cálculo da variação percentual do preço de cada título, a ponderação das variações percentuais pela ponderação do título no índice ao início de cada período e, posteriormente, a combinação das variações percentuais ponderadas a fim de calcular a mudança no preço do índice durante o período. A mudança no índice é, então, aplicada ao nível do índice no período anterior para determinar o nível do índice no período atual.

## Equivalência dos cálculos baseados no DCR e no divisor

A equivalência dos dois métodos, baseados no DCR e no divisor, pode ser entendida de duas maneiras. Em primeiro lugar, com exceção do valor de base inicial de um índice, ela pode ser definida pelos níveis do índice ou pela variação percentual de um período para o próximo. Ao definir um índice por uma série temporal dos níveis do índice (100; 101,2; 103; 105...), é possível calcular as variações de período para período (1,2%, 1,78%, 1,94%...). Tendo em conta estas variações e assumindo que a base do índice seja um valor de 100, é possível calcular os níveis do índice. Com exceção da base, as duas séries são equivalentes. DCR calcula os cambios, mientras que el Divisor se enfoca en el cálculo de los niveles.

Esto puede ilustrarse matemáticamente:

El enfoque de cálculo del Divisor define un índice como:

$$\frac{\sum_i \text{preço}_{i,t} * \text{ação}_i}{\text{divisor}}$$

Visto que o divisor inicial é definido pelo valor base e pela data do índice, é possível substituí-lo com o valor da capitalização de mercado do índice no momento  $t = 0$ :

$$\frac{\sum_i \text{preço}_{i,t} * \text{ação}_i}{\sum_i \text{preço}_{i,0} * \text{ação}_i}$$

Agora é possível multiplicar e dividir o termo na soma no numerador pelo preço no momento  $t=0$  sem alterar seu valor.

$$\frac{\sum_i \frac{\text{preço}_t}{\text{preço}_0} * \text{preço}_0 * \text{ações}_i}{\sum_i \text{preço}_{i,0} * \text{ações}_i}$$

Se olharmos para o termo no numerador no caso de uma ação individual no índice (ou seja, sem soma, visto que há apenas uma ação) e reformularmos, obteremos:

$$\left( \frac{\text{preço}_{i,t}}{\text{preço}_{i,0}} \right) * \frac{\text{preço}_{i,0} * \text{ações}_i}{\sum_i \text{preço}_{i,0} * \text{ações}_i} \quad (1)$$

que é equivalente ao desempenho de preço relativo de cada ação multiplicado pela sua ponderação no índice. Quando isto é combinado em todas as ações que são componentes do índice, o resultado é o desempenho do preço do índice.

O método do DCR utiliza a soma da equação (1) em todas as ações que fazem parte do índice para calcular o desempenho diário do preço do índice. Quando o desempenho diário do índice é calculado, o nível do índice pode ser atualizado com base no nível do índice do dia anterior.

### Cálculo do DCR

$$\hat{Índice}_t = (\hat{Índice}_{t-1}) * \sum_i \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} * \text{ponderação}_{i,t-1}$$

onde:

$\hat{Índice}_t$  = Nível do índice na data  $t$

$P_t$  = O preço do título no encerramento da data  $t$

$\text{ponderação}_t$  = Ponderação do título no índice no encerramento da data  $t$

e

$$\text{ponderação}_{i,t-1} = \frac{P_{i,t-1} * S_{i,t-1} * FX_{i,t-1}}{\sum_i P_{i,t-1} * S_{i,t-1} * FX_{i,t-1}}$$

onde:

$S_{i,t-1}$  = Partes de ações  $i$

$FX_{i,t-1}$  = Taxa de câmbio da ação  $i$  para conversão de moeda

## Ajustes fundamentais

A quantidade de ações ( $S_{i,t-1}$ ) inclui o ajuste pelo *free float* mediante a multiplicação pelo fator de ponderação de investimento ( $IWF$ ) e o ajuste pela ponderação do índice mediante a multiplicação pelo fator de ponderação adicional ( $AWF$ ) conforme necessário. Além disso, quando um ajuste às ações for realizado devido a uma oferta secundária, recompras de ações ou qualquer outro evento corporativo, tal ajuste deverá ser incluído em  $S_{i,t-1}$  se a quantidade ajustada de ações entrar em vigência na data  $t$ . Um ajuste de preço devido a um evento corporativo que entre em vigor na data  $t$  deveria ser refletido em  $P_{i,t}$ .

1.

# Índices de controle de risco

Os índices de controle de risco da S&P Dow Jones Indices procuram acompanhar o rendimento de uma estratégia que aplica uma exposição dinâmica a um índice subjacente, no intuito de controlar o nível de volatilidade.

O índice inclui um fator de alavancagem que muda com base na volatilidade histórica realizada. Se a volatilidade realizada ultrapassar o nível alvo de volatilidade, o fator de alavancagem será inferior a um. Se a volatilidade realizada for inferior ao nível alvo, o fator de alavancagem poderia ser superior a um, assumindo que o índice permite um fator de alavancagem superior a um. É possível um determinado índice de controle de risco ter um fator de alavancagem máximo que não possa ser ultrapassado. Não há garantias de o índice atingir seus objetivos estabelecidos.

O retorno do índice é conformado por dois componentes: (1) o retorno da posição no índice subjacente e (2) o custo ou ganho de juros, dependendo de se a posição é alavancada ou desalavancada.

Um fator de alavancagem superior a um representa uma posição alavancada, um fator de alavancagem igual a um representa uma posição não alavancada e um fator de alavancagem inferior a um representa uma posição desalavancada. O fator de alavancagem poderá mudar periodicamente, em um calendário fixo, ou poderá mudar quando a volatilidade exceder ou cair abaixo dos limites de volatilidade predeterminados.

No caso de índices de renda variável, o fator de alavancagem não mudará no encerramento da data de cálculo de qualquer índice, em que as ações que representarem 15% ou mais da ponderação total do índice subjacente não estiverem sendo negociadas devido a um feriado da bolsa de valores. Em cada rebalanceamento do índice subjacente e utilizando a ponderação de cada ação naquele momento, um calendário de tais datas é definido e publicado no site da S&P Dow Jones Indices em [www.spdji.com](http://www.spdji.com).

A fórmula para calcular o índice de controle de risco é a seguinte:

$$\text{Retorno do índice de controle de risco}_t = K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1} * D_{i-1,i}/360) - 1 \right] \quad (1)$$

O valor do índice de controle de risco no momento  $t$  pode, então, ser calculado como:

$$\text{Valor do índice de controle de risco}_t = (\text{Valor do índice de controle de risco}_{rb}) * (1 + \text{Retorno do índice de controle de risco}_t) \quad (2)$$

Substituir a equação (1) na (2) e expandir gera como resultado:

$$\text{Valor do índice de controle de risco}_t = \text{Valor do índice de controle de risco}_{rb} * \left[ 1 + \left[ K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1} * D_{i-1,i}/360) - 1 \right] \right] \right] \quad (3)$$

As versões de excesso de retorno dos índice de controle de risco são calculadas da seguinte forma:

Valor do índice de controle de risco =

$$\text{RiskControl ER Index Value}_{rb} *$$

Valor do índice de controle de risco  $_{rb} *$

$$\left[ 1 + \left[ K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1} * D_{i-1} / 360) - 1 \right] \right] \right]$$

onde:

$\text{Índice subjacente}_t$  = O nível do índice subjacente no dia  $t$

$\text{Índice subjacente}_{rb}$  = O nível do índice subjacente na data anterior de rebalanceamento

$rb$  = A última data de rebalanceamento do índice<sup>7</sup>

$K_{rb}$  = O fator de alavancagem definido na última data de rebalanceamento, calculado como:

$$\text{Min}(\text{Max } K, \text{Volatilidade alvo} / \text{Volatilidade realizada}_{rb-d})$$

$\text{Max } K$  = O fator de alavancagem máximo permitido no índice

$d$  = O número de dias entre o momento em que a volatilidade é observada e a data de rebalanceamento (por exemplo, se  $d = 2$ , a volatilidade histórica do índice subjacente de dois anteriores à data de rebalanceamento será usada para calcular o fator de alavancagem  $K_{rb}$ )

$\text{Volatilidade alvo}$  = O nível alvo de volatilidade definido para o índice

$\text{Volatilidade realizada}_{rb-d}$  = A volatilidade histórica realizada do índice subjacente no encerramento dos  $d$  dias de negociação anterior à última data de rebalanceamento,  $rb$ , sendo um dia de negociação definido como um dia em que o índice subjacente é calculado

$\text{Taxa de juros}_{i-1}$  = A taxa de juros definida para o índice<sup>8</sup>

Para índices que replicam um investimento contínuo em uma taxa de juros de três meses, a fórmula acima é alterada para:

Valor do índice de controle de risco  $_t =$

Valor do índice de controle de risco  $_{rb} *$

$$\left[ 1 + \left[ K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1}) - 1 \right] \right] \right]$$

onde:

$$\text{Taxa de Juros}_{i-1} = (D_{i-1,t} * IR3M_{i-1} - (IR3M_{i-1} - IR3M_{i-2} - D_{i-1,t} * (IR3M_{i-1} - IR1M_{i-1})) * \left(\frac{1}{30}\right)) * 90) / 360$$

onde:

$D_{i-1,t}$  = O número de dias consecutivos entre o dia  $i-1$  e o dia  $t$

<sup>7</sup> A data de início de cada índice de controle de risco é considerada a data do primeiro rebalanceamento daquele índice.

<sup>8</sup> A taxa de juros pode ser uma taxa overnight, como a LIBOR ou EONIA, ou um valor diário de um investimento contínuo em uma taxa de juros de três meses, ou zero. Assume-se um ano de 360 dias para os cálculos de juros de acordo com as práticas bancárias nos Estados Unidos.

$IR3M_{i-1}$  = Taxa de juros de três meses no dia  $i-1$

$IR2M_{i-1}$  = Taxa de juros de dois meses no dia  $i-1$ <sup>9</sup>

No caso de índices com rebalanceamento diário, o fator de alavancagem não será recalculado no encerramento do dia de cálculo de qualquer índice, quando as ações que representarem 15% ou mais da ponderação total do índice subjacente não estiverem sendo negociadas devido a um feriado da bolsa de valores. Se  $rb$  for um feriado, então o cálculo de  $K_{rb}$  será o seguinte:

$$K_{rb} = K_{rb-1} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_{rb}}{\text{Índice subjacente}_{rb-1}} \right) \left( \frac{\text{Valor do índice de controle de risco}_{rb}}{\text{Valor do índice de controle de risco}_{rb-1}} \right)$$

Isto mostra qual será o efeito em  $rb$ , visto que nenhum ajuste de posições é permitido em tais dias. O fator de alavancagem será ajustado apenas para representar as variações do mercado naquele dia.

No caso de índices de controle de risco rebalanceados periodicamente,  $K_{rb}$  é calculado em cada rebalanceamento e permanece constante até o próximo rebalanceamento.

Quando ocorrem movimentos de posições consideráveis, alguns investidores preferem rebalancear índices de controle de risco dentro do período, quando a periodicidade é maior do que diária. Esta característica é incorporada ao quadro de controle de risco mediante a introdução de uma barreira,  $K_b$ , no fator de alavancagem. O rebalanceamento dentro do período será permitido somente se a modificação absoluta do fator de alavancagem  $K_t$ , no momento  $t$ , for maior que a barreira  $K_b$  do valor na última data de rebalanceamento.

O fator de alavancagem de ações  $K_t$  é calculado como:

$$K_t = \text{Mín}(\text{Máx } K, \text{Volatilidade alvo/Volatilidade realizada}_{t-d})$$

Se nenhuma barreira for fornecida para o índice, o rebalanceamento dentro do período não será permitido.

### Índice de controle de risco com rebalanceamento dinâmico

O índice calcula o fator de alavancagem teórica diariamente. Se a diferença entre o fator de alavancagem teórico e o fator de alavancagem na última data de rebalanceamento for menor que a alteração mínima de alocação diária, o índice não será rebalanceado.

O fator de alavancagem teórico é determinado como segue:

$thK_t$  = fator de alavancagem teórica no dia  $t$ , calculado diariamente como:

$$thK_t = \text{Min}(\text{Max } K, \frac{\text{Volatility alvo}}{\text{Volatilidade realizada}_{t-d}})$$

onde:

$d$  = prazo até a data do rebalanceamento, definido como o número de dias entre o momento em que a volatilidade é observada e a data em que o fator de alavancagem teórico é calculado (por exemplo, se  $d = 2$ , a volatilidade histórica do índice subjacente no fechamento dois dias antes da data em que o fator de alavancagem teórico for calculado será usado para calcular o fator de alavancagem  $thK_t$ ).

<sup>9</sup> Em vigor a partir de 03/12/2018, a taxa de juros dos índices de Controlo de Risco baseados em EUR é uma taxa de um mês em vez de uma taxa de dois meses. Portanto, a taxa de juros desses índices é representada como:  $IR2M_{i-1}$  = Taxa de juros de um mês no  $i-1$ .



A decisão de negociação é baseada na diferença entre o fator de alavancagem teórico e o fator de alavancagem na última data de rebalanceamento:

E se  $|thK_t - K_{t-1}| > \theta$ ,

Então

$t$  é um dia de rebalanceamento, e

$$K_t = thK_t$$

Ainda,

$t$  não é um dia de rebalanceamento

$$K_t = K_{t-1}$$

onde:

$\theta$  = Alteração mínima de alocação diária

$K_t$  = o fator de alavancagem real no dia  $t$

O rebalanceamento dinâmico pode-se combinar com o rebalanceamento mensal. Nesse caso, além do reequilíbrio intra-mensal desencadeado pelo incumprimento da Alteração Mínima da Alocação Diária, o rebalanceamento do índice de controle de risco se realizará após o fechamento do último dia útil do mês.

### **Alteração no limite de ponderação distribuída equitativamente**

Para índices de controle de risco com rebalanceamento diário ou dinâmico, alguns investidores gostam de controlar mudanças excessivas da posição. Esse recurso é incorporado à estrutura de controle de risco, introduzindo uma alteração máxima diária da alocação,  $\bar{\theta}$ .

O fator teórico de alavancagem é determinado da mesma maneira que em um Índice de controle de risco com rebalanceamento dinâmico. A decisão de negociação é baseada na diferença entre o fator de alavancagem teórico e o fator de alavancagem na última data de rebalanceamento:

E se  $|thK_t - K_{t-1}| > \theta$ ,

Então:

$t$  é um dia de rebalanceamento, e

$$K_t = \begin{cases} \text{Min}(K_{t-1} + \bar{\theta}, thK_t), & \text{se } thK_t - K_{t-1} > 0 \\ \text{Máx}(K_{t-1} - \bar{\theta}, thK_t), & \text{se } thK_t - K_{t-1} \leq 0 \end{cases}$$

Ainda,

$t$  não é um dia de rebalanceamento

$$K_t = K_{t-1}$$

onde:

$\theta$  = Alteração mínima na alocação diária ( $\theta > 0$  para índices de controle de risco com rebalanceamento dinâmicos e  $\theta = 0$  para índices de controle de risco com rebalanceamento diário).

$\bar{\theta}$  = Alteração máxima na alocação diária

$K_t$  = o fator de alavancagem real no dia  $t$

O rebalanceamento dinâmico pode-se combinar com o rebalanceamento mensal. Nesse caso, além do reequilíbrio intra-mensal desencadeado pelo incumprimento da Alteração Mínima da Alocação Diária, o rebalanceamento do índice de controle de risco se realizará após o fechamento do último dia útil do mês.

## Índices de excesso de retorno

Os índices de excesso no retorno da S&P Dow Jones Indices procuram acompanhar um investimento não financiado no índice subjacente. Em outras palavras, um índice de excesso de retorno calcula o retorno de um investimento em um índice feito mediante o uso de fundos emprestados. Portanto, o retorno de um índice de excesso de retorno será igual àquele do índice subjacente menos os custos do empréstimo. A maioria dos índices da S&P Dow Jones Indices realizam o cálculo de um nível de índice de excesso de retorno a fim de reproduzir uma posição não financiada.

A fórmula para calcular o índice de excesso no retorno é a seguinte:

$$\text{Excesso no retorno} = \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-1}} - 1 \right) - \left( \frac{\text{Taxa devedora}}{360} \right) * D_{t,t-1} \quad (4)$$

O valor do índice de excesso de retorno no momento  $t$  pode ser calculado como:

$$\text{Valor do índice de excesso no retorno}_t = (\text{Valor do índice de excesso no retorno}_{t-1}) * (1 + \text{Excesso no retorno}) \quad (5)$$

Substituir (4) em (5) e expandir o lado direito de (5) gera como resultado:

$$\begin{aligned} \text{Valor do índice de excesso no retorno}_t = \\ \text{Valor do índice de excesso no retorno}_{t-1} * \left[ 1 + \left[ \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-1}} - 1 \right) - \left[ \frac{\text{Taxa devedora}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \end{aligned}$$

onde:

*Taxa devedora* = As taxas do empréstimo dos fundos de investimento, que serão diferentes para cada índice de excesso de retorno<sup>10</sup>

$D_{t,t-1}$  = O número de dias consecutivos entre a data  $t$  e  $t-1$

## Volatilidade ponderada exponencialmente

A volatilidade realizada é calculada como a máxima de duas médias móveis ponderadas exponencialmente. Uma mede a volatilidade no curto prazo e a outra mede a volatilidade no longo prazo.

$$\text{Volatilidade de realizada}_t = \text{Máx}(\text{Volatilidade de realizada}_{S,t}, \text{Volatilidade de realizada}_{L,t})$$

<sup>10</sup> Geralmente será usada uma taxa overnight como a LIBOR nos EUA ou EONIA na Europa. Contudo, em alguns casos, outras taxas de juros poderão ser usadas. Assume-se um ano de 360 dias para os cálculos de juros de acordo com as práticas bancárias nos Estados Unidos.

onde:

$S,t$  = A medida da volatilidade no curto prazo no momento  $t$ , calculada como:

(6)

$$\text{Volatilida de realizada}_{L,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{Variância}_{L,t}}$$

for  $t > T_0$

$$\text{Variância}_{L,t} = \lambda_L * \text{Variância}_{L,t-1} + (1 - \lambda_L) * \left[ \ln \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-n}} \right) \right]^2$$

for  $t = T_0$

$$\text{Variância}_{L,T_0} = \sum_{i=m+1}^{T_0} \frac{\alpha_{L,i,m}}{\text{Fator de ponderação}_L} * \left[ \ln \left( \frac{\text{Índice subjacente}_i}{\text{Índice subjacente}_{i-n}} \right) \right]^2$$

$L,t$  = A medida da volatilidade no longo prazo no momento  $t$ , calculada como:

(7)

$$\text{Volatilida de realizada}_{L,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{Variância}_{L,t}}$$

for  $t > T_0$

$$\text{Variância}_{L,t} = \lambda_L * \text{Variância}_{L,t-1} + (1 - \lambda_L) * \left[ \ln \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-n}} \right) \right]^2$$

for  $t = T_0$

$$\text{Variância}_{L,T_0} = \sum_{i=m+1}^{T_0} \frac{\alpha_{L,i,m}}{\text{Fator de ponderação}_L} * \left[ \ln \left( \frac{\text{Índice subjacente}_i}{\text{Índice subjacente}_{i-n}} \right) \right]^2$$

onde:

- $T_0$  = a data de início para um determinado índice de controle de risco
- $n$  = o número de dias inerentes ao cálculo do retorno usado para determinar a volatilidade<sup>11</sup>
- $m$  = a  $N^{\text{th}}$  data de negociação antes de  $T_0$
- $N$  = o número de dias de negociação observados para calcular a variância inicial na data de início do índice
- $\lambda_S$  = o fator de decaimento em curto prazo utilizado para a ponderação exponencial<sup>12</sup>
- $\lambda_L$  = o fator de decaimento em longo prazo utilizado para a ponderação exponencial<sup>10</sup>
- $\alpha_{S,m,i}$  = ponderação da data  $t$  no cálculo da volatilidade em curto prazo, conforme o cálculo baseado na seguinte fórmula:

$$\alpha_{S,t} = (1 - \lambda_S) * \lambda_S^{N+m-i}$$

$$\text{Fator de ponderação}_S = \sum_{i=m+1}^{T_0} \alpha_{S,i,m}$$

- $\alpha_{L,m,i}$  = Ponderação da data  $t$  no cálculo da volatilidade em longo prazo, conforme o cálculo baseado na seguinte fórmula:

$$\alpha_{L,t} = (1 - \lambda_L) * \lambda_L^{N+m-i}$$

$$\text{Fator de ponderação}_L = \sum_{i=m+1}^{T_0} \alpha_{L,i,m}$$

Os fatores de queda da taxa de juros, da alavancagem máxima, da volatilidade alvo e de lambda são definidos em relação a cada índice e geralmente permanecem constantes durante toda a vida do mesmo. A posição de alavancagem muda a cada rebalanceamento com base nas variações da volatilidade verificada. Há uma defasagem de dois dias entre o cálculo do fator de alavancagem, com base na relação entre a volatilidade alvo e a volatilidade realizada, e a implementação do fator de alavancagem no índice.

As fórmulas anteriores podem ser utilizadas para modelos mais simples através da escolha adequada de parâmetros. Por exemplo, se os fatores de decaimento de curto e longo prazo,

$W^2 * \sigma_A^2 + (1 - W)^2 * \sigma_B^2 + 2 * W * (1 - W) * \rho * \sigma_A * \sigma_B = \sigma_{Target}^2$  e  $\sigma_A$  são estabelecidos com o mesmo valor (por exemplo, 5%), então não há considerações separadas para volatilidade em curto e longo prazo.

### Volatilidade ponderada exponencialmente com base nas alocações atuais

Os cálculos do índice são os mesmos descritos na seção Volatilidade exponencialmente ponderada acima, exceto que a volatilidade realizada é calculada usando os retornos derivados dos níveis do índice subjacente hipotético com base nas alocações atuais dentro do índice subjacente e nos retornos históricos desses componentes, em vez que os níveis históricos do índice subjacente.

*Índice subjacente<sub>t</sub>* = nível de índice hipotético subjacente no dia  $t$ , calculado como

<sup>11</sup> Se  $n = 1$ , são usados retornos diários, enquanto se  $n = 2$  são usados retornos de dois dias e assim por diante.

<sup>12</sup> O fator de decaimento é um número superior a zero e inferior a um, que determina a ponderação de cada retorno diário no cálculo da variância histórica.

$$\text{Índice subjacente}_t = \text{Índice subjacente}_{t-1} * \left( 1 + \sum_{i=1}^K w_i * r_{i,t} \right)$$

onde:

$K$  = número de componentes no índice subjacente atual a partir do dia  $t$

$r_{i,t}$  = retorno do  $i$ -ésimo componente no índice subjacente no dia  $t$

$w_i$  = ponderação do  $i$ -ésimo componente no índice subjacente atual

### Volatilidade ponderada simples

A volatilidade realizada é calculada como a máxima de duas médias móveis ponderadas exponencialmente. Uma mede a volatilidade no curto prazo e a outra mede a volatilidade no longo prazo.

$$\text{Volatilidade realizada}_t = \text{Máx}(\text{Volatilidade realizada}_{S,t}, \text{Volatilidade realizada}_{L,t}) \geq$$

onde:

$S,t$  = A medida da volatilidade no curto prazo no momento  $t$ , calculada como:

$$\text{Volatilidade realizada}_{S,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{Variância}_{S,t}}$$

$$\text{Variância}_{S,t} = 1/N_S * \sum_{i=t-N_S+1}^t \ln\left(\frac{\text{Índice subjacente}_i}{\text{Índice subjacente}_{i-n}}\right)^2$$

$L,t$  = A medida da volatilidade no longo prazo no momento  $t$ , calculada como:

$$\text{Volatilidade realizada}_{L,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{Variância}_{L,t}}$$

$$\text{Variância}_{L,t} = 1/N_L * \sum_{i=t-N_L+1}^t \ln\left(\frac{\text{Índice subjacente}_i}{\text{Índice subjacente}_{i-n}}\right)^2$$

onde:

$n$  = o número de dias inerente ao cálculo do retorno usado para determinar a volatilidade<sup>13</sup>

$N_S$  = O número de dias de negociação observados para calcular a variância da medida da volatilidade em curto prazo

$N_L$  = O número de dias de negociação observados para calcular a variância da medida da volatilidade em longo prazo

O *Índice Subjacente* é definido como na seção "Volatilidade média ponderada exponencialmente".

<sup>13</sup> Se  $n = 1$ , são usados retornos diários, enquanto se  $n = 2$  são usados retornos de dois dias e assim por diante.

## Índices de controle de risco baseados em contratos futuros

Quando o índice subjacente é baseado em contratos futuros, a maior parte da metodologia de controle de risco segue os detalhes definidos nas páginas anteriores. No entanto, há algumas diferenças, conforme detalhado abaixo, particularmente no que diz respeito ao componente de caixa do índice.

No caso de tal índice, ele inclui um fator de alavancagem que muda com base na volatilidade histórica realizada. Se a volatilidade realizada ultrapassar o nível alvo de volatilidade, o fator de alavancagem será inferior a um. Se a volatilidade realizada for inferior ao nível alvo, o fator de alavancagem poderia ser superior a um. Um determinado índice de controle de risco pode ter um fator de alavancagem máximo que não pode ser ultrapassado.

No caso de índices de controle de risco de ações, o retorno consiste de dois componentes: (1) o retorno da posição no índice subjacente e (2) o custo ou ganho de juros, dependendo se a posição é alavancada ou desalavancada. No caso de índices de controle de risco baseados em contratos futuros, não há empréstimos para atingir os objetivos de investimento no índice subjacente. Portanto, o componente de caixa do índice não existe.

Novamente, um fator de alavancagem superior a um representa uma posição alavancada, um fator de alavancagem igual a um representa uma posição não alavancada e um fator de alavancagem inferior a um representa uma posição desalavancada. O fator de alavancagem poderá mudar em intervalos regulares, em resposta a modificações na volatilidade histórica realizada, ou quando a volatilidade esperada exceder ou cair abaixo dos limites predeterminados de volatilidade, se tais limites estiverem vigentes.

A fórmula para calcular o índice de excesso no retorno de controle de risco segue, em grande parte, aquilo detalhado na equação (1). Contudo, uma vez que não há financiamento para tais índices (ao contrário do que acontece com índices de excesso no retorno de ações, assume-se que o investimento inicial é emprestado e o dinheiro excedente é investido), a taxa de juros usada no cálculo é eliminada:

$$\text{Retorno do índice de excesso no retorno de controle de risco}_t = K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) \quad (8)$$

O valor do índice de excesso no retorno de controle de risco no momento  $t$  pode ser calculado como:

$$\begin{aligned} \text{Valor do índice de excesso no retorno de controle de risco}_t = \\ (\text{Valor do índice de excesso no retorno de controle de risco}_{rb}) * (1 + \text{Retorno do índice}_t) \end{aligned}$$

A fórmula para calcular o índice do retorno total de controle de risco, que inclui juros ganhos sobre Letras do Tesouro, é a seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Retorno do índice de retorno total de controle de risco}_t = \\ K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1} * D_{i-1,i} / 360) - 1 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

O valor do índice de retorno total de controle de risco no momento  $t$  pode ser calculado como:

$$\begin{aligned} \text{Valor do índice de retorno total de controle de risco}_t = \\ (\text{Valor do índice de retorno total de controle de risco}_{rb}) * (1 + \text{Retorno do índice}_t) \end{aligned} \quad (10)$$

Substituir a equação (9) na (10) e expandir gera como resultado:

$$\text{Valor do índice de retorno total de controle de risco}_t =$$

$$\text{Valor do índice de controle de risco}_{rb}^* \quad (11)$$

$$\left[ 1 + \left[ K_{rb} * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{rb}} - 1 \right) + \left[ \prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{Taxa de juros}_{i-1} * D_{i-1} / 360) - 1 \right] \right] \right]$$

onde todas as variáveis nas equações (8)-(11) são as mesmas que as definidas para as equações (1)-(3), com a exceção de:

*Taxa de juros*<sub>i-1</sub> = A taxa de juros definida para o índice<sup>14</sup>

### **Volatilidade ponderada exponencialmente para índices de controle de risco baseados em contratos futuros**

Por favor confira a seção *Índices de controle de Risco 2.0* deste documento para informações sobre a volatilidade ponderada exponencialmente. Contudo, para índices de controle de risco baseados em contratos futuros, há uma defasagem de três (3) dias entre o cálculo do fator de alavancagem, com base na relação entre a volatilidade alvo e a volatilidade realizada, e a implementação daquele fator no índice.

### **Índices de controle de risco com volatilidade dinâmica**

Nos índices de controle de risco com volatilidade dinâmica, a volatilidade alvo não é estabelecida como uma definição do índice. Em lugar disso, ela é estabelecida em diversos níveis com base na média móvel do VIX calculada durante um número predeterminado de dias (por exemplo, média móvel de 30 dias).

### **Índices de controle de risco baseados em variância**

Nos índices de controle de risco baseados em variância, é estabelecido um nível alvo de variância no lugar de um nível alvo de volatilidade. Isto permite a alavancagem ou desalavancagem mais rápida das alocações com base nas mudanças da volatilidade ou da variância no mercado. Para tais índices:

$$K_{rb} = \text{Mín}(\text{Máx } K, \text{ Variância alvo} / \text{Variância alvo}_{rb-d})$$

onde a variância é definida conforme o anterior.

Todos os outros cálculos dos índices permanecem inalterados.

<sup>14</sup> De acordo com a abordagem do S&P GSCI, a taxa de juros para estes índices é a taxa de 91 dias do Tesouro dos EUA. Assume-se um ano de 360 dias para os cálculos de juros de acordo com as práticas bancárias nos Estados Unidos.

# Índices de controle de risco 2.0

Os índices de controle de risco 2.0 da S&P Indices são os índices em que a parcela em dinheiro do investimento na estratégia padrão de controle de risco é substituída por um índice líquido de títulos de dívida.

A carteira do índice consiste de dois ativos, o índice para um ativo de risco  $A$ , com ponderação  $W$ , e o correspondente índice de títulos de dívida  $B$ , com ponderação de  $(1-W)$ . A ponderação  $W$  oscila entre 0 e 100%. As posições curtas ou a alavancagem não são permitidas nesta estratégia.

## Ponderação dos componentes

A fórmula para atribuir ponderações aos índices subjacentes é determinada pelo seguinte:

$$W^2 * \sigma_A^2 + (1-W)^2 * \sigma_B^2 + 2 * W * (1-W) * \rho * \sigma_A * \sigma_B = \sigma_{Alvo}^2 \quad (1)$$

onde:

$W$  = A ponderação do ativo de risco  $A$

$\sigma_A$  = A volatilidade do ativo de risco  $A$

$\sigma_B$  = A volatilidade do índice de títulos de dívida  $B$

$\rho$  = A correlação entre o índice  $A$  e  $B$

$\sigma_{Target}$  = A volatilidade alvo

O cálculo da volatilidade e da correlação segue o mesmo procedimento e convenções conforme definido na seção anterior para a estratégia padrão de controle de risco.

A equação quadrática anterior tem duas soluções para a ponderação alocada no índice  $A$ :

$$W_1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4a * c}) / 2a$$

$$W_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4a * c}) / 2a \quad (2)$$

onde:

$$a = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B$$

$$b = 2\rho\sigma_A\sigma_B - 2\sigma_B^2$$

$$c = \sigma_B^2 - \sigma_{Target}^2$$

O mecanismo de emergência para as soluções da ponderação  $W$ :

1. Se nenhuma das soluções da equação acima (2) se situar entre 0 e 100%, então a estratégia retrocede para o controle de risco padrão, onde a alavancagem máxima é limitada a 100%.



2. Se ambas as soluções para a equação (2) forem ponderações válidas superiores a 0, então a maior das duas,  $\max(W1, W2)$ , se converterá na ponderação do ativo de risco A, sendo a ponderação máxima limitada no nível definido pelos parâmetros de controle de risco.

As ponderações finais dos ativos subjacentes são definidas de acordo com os seguintes passos:

### **Passo 1: Determinar as ponderações conforme os parâmetros de curto prazo**

- a) Determinar a variância de curto prazo para os ativos A e B utilizando o parâmetro exponencial de curto prazo com as mesmas fórmulas descritas na equação (6), conforme a seção *Índices de controle de risco*, com retornos dos ativos A e B utilizados na determinação da variância de curto prazo para os ativos A e B.
- b) Determinar a covariância de curto prazo para os ativos A e B utilizando fórmulas similares descritas nos cálculos de covariância de curto prazo na equação (6), conforme a seção *Índices de controle de risco*, mas substituindo os retornos quadráticos de ações pelos produtos dos retornos dos ativos de risco A e B.
- c) Determinar a medida de volatilidade de curto prazo para os ativos de risco A e B a partir das suas respectivas medições de variância da mesma forma descrita na equação (6), conforme a seção *Índices de controle de risco*.
- d) Determinar a correlação no curto prazo de A e B a partir das medições de covariância e de volatilidade no curto prazo.
- e) Determinar os possíveis níveis das ponderações dos ativos A e B mediante as equações (1) e (2).

### **Passo 2: Determinar as ponderações conforme os parâmetros de longo prazo**

Repetir de (a) a (e) no passo 1 usando os parâmetros de longo prazo descritos na equação (7), conforme a seção *Índices de controle de risco*.

### **Passo 3: Determinar a ponderação W final.**

A ponderação do ativo de risco A fica igual à menor ponderação de A conforme determinada nos passos 1 e 2.

O excesso no retorno dos índices de controle de risco 2.0 é calculado como:

$$\text{Excesso no retorno do índice}_t = W * \text{Índice}_A \text{ Excesso no retorno} + (1 - W) * \text{Índice}_B \text{ Excesso no retorno}$$

e o valor do índice de controle de risco 2.0 é:

$$\text{Valor índice controle risco 2.0}_t = \text{Valor do índice}_{rb} * (1 + \text{Excesso no retorno do índice}_t)$$

onde:

$$\text{Valor índice controle risco 2.0}_{rb} = \text{O valor do índice no último rebalanceamento}$$

Os índices de retorno total de controle de risco 2.0 são calculados de modo similar, sendo o retorno total uma soma ponderada dos retornos totais dos índices subjacentes.

Os índices de controle de risco 2.0 são uma extensão dos índices de controle de risco padrão descritos em detalhe na seção anterior. Os parâmetros utilizados nos índices de controle de risco 2.0 seguem exatamente o modo de cálculo da metodologia padrão de índices de controle de risco.

## Controle de risco 2.0 com variância mínima

Nos índices de controle de risco 2.0 com variância mínima, quando a equação quadrática (1) não tem uma solução real para  $W_A$  e  $W_B$ , o mecanismo de emergência não muda para o controle de risco padrão.

$$W_A^2 * \sigma_A^2 + W_B^2 * \sigma_B^2 + 2 * W_A * W_B * \rho * \sigma_A * \sigma_B = \sigma_{Target}^2 \quad (1)$$

onde:

$$W_A + W_B = 1 \quad (2)$$

Em vez disso, a estratégia encontra a carteira com variância mínima e depois redimensiona a ponderação do ativo de risco A e do ativo de risco B para atingir a volatilidade alvo. A ponderação restante é alocada a dinheiro para que a ponderação total do ativo some 100%.

Se utilizar as fórmulas (1) e (2) para a uma ponderação de ativo  $x$  com um desvio padrão  $\sigma_A$ , a variância da carteira será estabelecida como uma função de  $x$ , como definido a seguir:

$f(x) = x^2 * \sigma_A^2 + (1 - x)^2 * \sigma_B^2 + 2 * x * (1 - x) * \rho * \sigma_A * \sigma_B$  Calculando a primeira, a derivada de (3) dá como resultado:

$$\frac{df}{dx} = 2 * x * (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B) + 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B - 2 * \sigma_B^2$$

Igualar a primeira derivada a zero dá como resultado:

$$x^* = \frac{\sigma_B^2 - \rho * \sigma_A * \sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B}$$

Ao calcular novamente, a segunda derivada é sempre positiva e, portanto, a ponderação de ativo  $x$  é um mínimo local.

$$\frac{d^2f}{dx^2} = 2 * (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B) \geq 2 * (\sigma_A - \sigma_B)^2 \geq 0$$

Além disso, considerando que a função (3) é convexa sobre  $[0,1]$ ,  $x^*$  também é um mínimo global. Portanto, as ponderações de ativos da carteira com variância mínima para dois ativos de risco A e B são:

$$W_A^{Min} = \frac{\sigma_B^2 - \rho * \sigma_A * \sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B} \quad (4)$$

$$W_B^{Min} = 1 - W_A^{Min} \quad (5)$$

Entretanto, dado que a equação (1) não teve solução real, a volatilidade de carteira  $\sigma_{Minimum}$  utilizando as ponderações (4) e (5) é superior à volatilidade alvo. Portanto, (4) e (5) devem ser redimensionadas para atingir a volatilidade alvo por um escalar  $\theta$ , como definido a seguir:

$$\theta = \frac{\sigma_{Target}}{\sigma_{Minimum}} \quad (6)$$

Assim, as ponderações de ativo na carteira são:

$$W_A = \theta * W_A^{Min}$$

$$W_B = \theta * W_B^{Min}$$

Considerando que  $\theta < 1$ , a ponderação restante da carteira é alocada a dinheiro para atingir uma alocação de 100%:

$$W_C = 1 - W_A - W_B$$

# Índices de controle de risco alavancado de ações com contratos futuros

Os índices de controle de risco alavancado de ações com contratos futuros da S&P Dow Jones Indices buscam medir o desempenho de uma estratégia que combina a representação constante do índice subjacente com uma ponderação dinâmica para o índice de excesso nos retornos baseados em contratos futuros, a fim de atingir um nível específico de volatilidade. Quando a volatilidade do índice subjacente fica abaixo do objetivo, os contratos futuros são adicionados ao índice de controle de risco para aumentar a exposição ao mercado e vice-versa.

O índice inclui um fator de alavancagem que representa a exposição alvo ao índice subjacente como resultado das posições de ações e contratos futuros. Uma vez que a representação da posição de renda variável permanece constante em 100%, a ponderação dinâmica resultante para o índice de futuros é igual ao fator de alavancagem menos 100%.

O retorno do índice é conformado por dois componentes: (1) o retorno do índice subjacente e (2) o retorno de uma posição dinâmica longa ou curta no índice de excesso de retorno de contratos futuros correspondente, dependendo de se o índice é alavancado ou desalavancado na tentativa de atingir a volatilidade alvo.

A fórmula para calcular o retorno do índice de controle de risco alavancado de ações com contratos futuros é a seguinte:

*Retorno do índice de controle de risco alavancado de ações com contratos futuros*  $_t =$

$$\left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{r_b}} - 1 \right) + (K_{r_b} - 100\%) * \left( \frac{\text{Índice de futuros } ER_t}{\text{Índice de futuros } ER_{r_b}} - 1 \right)$$

onde:

*Índice de futuros*  $ER_t$  = O nível do índice de excesso no retorno baseado em contratos futuros no dia  $t$

*Índice de futuros*  $ER_{r_b}$  = O nível do índice de excesso no retorno baseado em contratos futuros na última data de rebalanceamento

O fator de alavancagem,  $K_{r_b}$ , muda com base na volatilidade histórica realizada de 20 dias de negociação do índice subjacente. Para mais detalhes sobre o cálculo da volatilidade histórica, confira as fórmulas descritas para a volatilidade realizada de curto prazo com ponderação simples, na seção *Índices de Controle de Risco*.

Todos os outros parâmetros são descritos na seção *Índices de Controle de Risco* deste documento.

# Índices de retorno ponderado

Os índices de retorno ponderado da S&P Dow Jones Indices combinam os retornos de dois ou mais índices subjacentes por meio de um conjunto especificado de regras de ponderação com o objetivo de criar uma nova e única série de retorno de índices. Um índice que utilizar a metodologia de retorno ponderado também poderá ser denominado "índice de índices". Os índices de retorno ponderado podem incluir um componente de caixa que, para os fins desses índices, é tratado como um índice subjacente. S&P Dow Jones Índices oferece regimes de rebalanceamento diário e periódico para índices de retorno ponderado.

De acordo com as especificações nas metodologias de índice individuais, os índices de retorno ponderado serão calculados usando uma das seguintes fórmulas:

Rebalanceamento diário:

$$\begin{aligned} \text{Índice}_t &= \text{Índice}_{t-1} \\ &\times \left( 1 + \sum_{i=1}^N \left( \text{ponderação}_{i,t} \times \left( \frac{\text{Componente Índice}_{i,t}}{\text{Componente Índice}_{i,t-1}} - 1 \right) \right) \right) \\ &+ \text{Ponderação da posição de caixa}_t \times \text{Retorno de juros}_t \end{aligned}$$

Rebalanceamento periódico, com juros acumulados:

$$\begin{aligned} \text{Índice}_t &= \text{Índice}_r \times \left( 1 + \sum_{i=1}^N \left( \text{ponderação}_{i,r} \times \left( \frac{\text{Componente Índice}_{i,t}}{\text{Componente Índice}_{i,r}} - 1 \right) \right) \right) \\ &+ \text{Ponderação da posição de caixa}_r \times \left( \prod_{d=r+1}^t (1 + \text{Retorno de juros}_d) - 1 \right) \end{aligned}$$

Opções de retorno de juros:

$$\text{Retorno de juros}_t = \begin{cases} \frac{\text{Taxa de Juros}_{t-1}}{\text{DiasContábeis}} \times \text{ACT}(t, t-1), \text{ para acumulação diária simples} \\ \left( 1 + \frac{\text{Taxa de Juros}_{t-1}}{\text{DiasContábeis}} \right)^{\text{ACT}(t, t-1)} - 1, \text{ para acumulação durante em um dia de índice não apurado} \\ \left( \frac{1}{\left( 1 - \frac{91}{\text{DiasContábeis}} \times \text{TBill}_{t-1} \right)^{\frac{\text{ACT}(t, t-1)}{91}}} \right) - 1, \text{ para acumulação de 3 meses de TBill} \end{cases}$$

onde:

$\text{Índice}_t$  = o valor do índice de nível superior no dia  $t$

$\text{Índice}_r$  = o valor do índice de nível superior na data de rebalanceamento anterior  $r$ <sup>15</sup>

$\text{ponderação}_{i,t}$  = a ponderação do componente do índice  $i$  no dia  $t$

<sup>15</sup>Note que é o valor no encerramento da data do rebalanceamento.

$ponderação_{i,r}$  = a ponderação do componente do índice  $i$  na data de rebalanceamento anterior  $r$

$Componente\ índice_{i,t}$  = o valor do componente do índice  $i$  no dia  $t$

$Componente\ Índice_{i,r}$  = o valor do índice de componentes  $i$  na data anterior do rebalanceamento  $r$ <sup>16</sup>

$N$  = o número de índices que compõem o índice de nível superior

$Ponderação\ da\ Posição\ de\ Caixa_t$  = a ponderação da caixa no dia  $t$

$Ponderação\ da\ Posição\ de\ Caixa_r$  = a ponderação da caixa na data de rebalanceamento anterior  $r$

$Retorno\ de\ Juros_t$  = o retorno da taxa de juros (consulte *Opções de retorno de juros acima*)

$Retorno\ de\ Juros_{t-1}$  = a taxa de juros da data de cálculo anterior  $t-1$ <sup>17</sup>

$Dias\ Contábeis$  = a convenção de contagem de dias para  $Tasa\ de\ Juros_{t-1}$ . A contagem de dias é geralmente 252, 360 ou 365.

$ACT(t, t-1)$  = o dia do calendário entre o dia de cálculo  $t-1$  e o dia de cálculo  $t$ , expresso como o dia  $(t) - (t-1)$

$TBill_{t-1}$  = a taxa de TBill de três meses (3M) publicada semanalmente por [treasurydirect.gov](http://treasurydirect.gov)

---

<sup>16</sup> Note que é o valor no encerramento da data do rebalanceamento anterior.

<sup>17</sup> Note que também pode ser uma taxa fixa.

# Índices alavancados e inversos

## Índices alavancados de ações

Os índices alavancados da S&P Dow Jones Indices são desenvolvidos para gerar um múltiplo do retorno do índice subjacente em situações em que o investidor pega fundos emprestados para gerar exposição ao índice além da sua posição de caixa. O método é primeiramente calcular o índice subjacente, depois calcular os retornos diários do índice alavancado e, finalmente, calcular o valor atual do índice alavancado incrementando o valor anterior pelo retorno diário. Não há modificação no cálculo do índice subjacente.

O retorno diário do índice alavancado é conformado por dois componentes: (1) o retorno sobre a posição total no índice subjacente menos (2) os custos de empréstimo da alavancagem.

A fórmula para calcular o índice alavancado é a seguinte:

$$\text{Retorno do índice alavancado} = K * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-1}} - 1 \right) - (K - 1) * \left( \frac{\text{Taxa devedora}}{360} \right) * D_{t,t-1} \quad (1)$$

Na equação (1), a taxa devedora é aplicada ao valor do índice alavancado já que isto representa os fundos emprestados. Dado isto, o valor do índice alavancado no tempo  $t$  pode ser calculado como:

$$\text{Valor do índice alavancado}_t = (\text{Valor do índice alavancado}_{t-1}) * (1 + \text{Retorno do índice alavancado}) \quad (2)$$

Substituir (1) em (2) e expandir o lado direito de (2) gera como resultado:

Valor do índice alavancado $_t$  =

$$\text{Valor do índice alavancado}_{t-1} * \left[ 1 + \left[ K * \left( \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-1}} - 1 \right) - (K - 1) * \left[ \frac{\text{Taxa devedora}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \quad (3)$$

onde:

$K$  ( $K=1$ ) = Taxa de alavancagem

- $K = 1$ , sem alavancagem
- $K = 2$ , Exposição = 200%
- $K = 3$ , Exposição = 300%

*Taxa devedora* = Overnight LIBOR nos EUA ou EONIA na Europa são dois exemplos comuns

$D_{t,t-1}$  = o número de dias consecutivos entre a data  $t$  e  $t-1$

Na ausência de alavancagem ( $K=1$ ),

$$\text{Valor do índice alavancado}_t = \text{Valor do índice alavancado}_{t-1} * \left[ \frac{\text{Índice subjacente}_t}{\text{Índice subjacente}_{t-1}} \right]$$

A posição de alavancagem é rebalanceada diariamente. Isto é coerente com a recompensa derivada da replicação baseada em contratos futuros.

## Índices alavancados sem custos de empréstimo para renda variável

Em alguns casos, são calculados índices alavancados que não representam os custos incorridos para financiar a alavancagem relacionada. Para tais índices, a taxa devedora nas fórmulas (1) e (3) fica em zero e o cálculo é feito conforme o descrito anteriormente.

## Índices inversos de ações

Os índices inversos da S&P Dow Jones Indices são desenvolvidos para fornecer o desempenho inverso do índice subjacente. Isto representa uma posição curta no índice subjacente. O cálculo segue a mesma abordagem geral que o índice alavancado com certos ajustes. Em primeiro lugar, o retorno do índice subjacente é revertido. Em segundo lugar, embora os custos de pegar emprestado os títulos não estejam incluídos, um ajuste é feito para refletir os juros ganhos no investimento inicial e nas receitas da venda curta dos títulos no índice subjacente. Estas suposições refletem práticas normais da indústria.<sup>18</sup>

A fórmula geral para o retorno do índice inverso é

$$\begin{aligned} \text{Retorno do índice inverso} = & -K * \left( \frac{\text{Retorno total do índice subjacente}_t}{\text{Retorno total do índice subjacente}_{t-1}} - 1 \right) \\ & + (K + 1) * \left( \frac{\text{Taxa mutuante}}{360} \right) D_{t,t-1} \end{aligned} \quad (4)$$

Onde o primeiro termo do lado direito representa o retorno total do índice subjacente e o segundo termo do lado direito representa os juros ganhos com o investimento inicial e as receitas da venda.

Expandir isto, como já foi feito acima para o índice alavancado, gera como resultado:

Valor do índice inverso<sub>t</sub> =

$$\text{Valor do índice inverso}_{t-1} * \left[ 1 - \left[ K * \left( \frac{\text{Índice subjacente TR}_t}{\text{Índice subjacente TR}_{t-1}} - 1 \right) - (K + 1) * \left[ \frac{\text{Taxa mutuante}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \quad (5)$$

onde:

$K$  ( $K1$ ) = Taxa de alavancagem

- $K = 1$ , Exposição = -100%
- $K = 2$ , Exposição = -200%
- $K = 3$ , Exposição = -300%

Taxa devedora = Overnight LIBOR nos EUA ou EONIA na Europa são dois exemplos comuns

$D_{t,t-1}$  = o número de dias consecutivos entre a data  $t$  e  $t-1$

Na ausência de alavancagem ( $K=1$ ),

<sup>18</sup> Ajustes simples podem ser feitos para incluir os custos de títulos emprestados ou excluir os juros ganhos com as receitas da venda e o investimento inicial.

$$InverseIndexValue_t = InverseIndexValue_{t-1} * \left[ 1 - \left[ \left( \frac{UnderlyingIndex_t}{UnderlyingIndex_{t-1}} - 1 \right) - (2) * \left[ \frac{LendingRate}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right]$$

A posição de alavancagem é rebalanceada diariamente. Isto é coerente com a recompensa derivada da replicação baseada em contratos futuros.



## Índices alavancados sem custos de empréstimo para renda variável

Em alguns casos, são calculados os índices inversos que não representam os juros ganhos. Para tais índices, a taxa devedora nas fórmulas (4) e (5) fica em zero e o cálculo é feito conforme o descrito anteriormente.

## Índices alavancados e inversos para contratos futuros

Os índices alavancados com base em contratos futuros da S&P Dow Jones Indices são desenvolvidos para gerar um múltiplo do retorno do índice de contratos futuros subjacente em situações em que o investidor pega fundos emprestados para gerar exposição ao índice além da sua posição de caixa.

Os índices inversos com base em contratos futuros da S&P Dow Jones Indices são desenvolvidos para fornecer o desempenho inverso do índice de contratos futuros subjacente. Isto representa uma posição curta no índice subjacente.

O método é calcular em primeiro lugar o índice subjacente, depois calcular os retornos diários do índice alavancado ou inverso. Não há modificação no cálculo do índice de contratos futuros subjacente.

O índice alavancado ou inverso pode ser rebalanceado diariamente ou periodicamente.

## Índices de futuros alavancados ou inversos rebalanceados diariamente

Se o índice alavancado ou inverso baseado em contratos futuros da S&P Dow Jones Indices for rebalanceado diariamente, o excesso no retorno do índice será o múltiplo do excesso no retorno do índice subjacente, calculado da seguinte maneira:

$$\text{Índice ER}_t = \text{Índice ER}_{t-1} * \left( 1 + \left( K * \left( \frac{\text{Índice subjacente ER}_t}{\text{Índice subjacente ER}_{t-1}} - 1 \right) \right) \right)$$

onde:

$K (K \neq 0)$  = Taxa de alavancagem/inversa

- $K = 1$ , sem alavancagem
- $K = 2$ , exposição alavancada = 200%
- $K = 3$ , exposição alavancada = 300%
- $K = -1$ , exposição inversa = -100%

Uma versão de retorno total de cada um dos índices é calculada, que inclui os juros acumulados no valor estimado do índice com base em uma taxa de juros específica (por exemplo, a taxa do Tesouro dos EUA de 91 dias), conforme o seguinte:

$$\text{Índice TR}_t = \text{Índice TR}_{t-1} * \left( \left( \frac{\text{Índice ER}_t}{\text{Índice ER}_{t-1}} \right) + \text{TBR}_t \right) \quad (6)$$

onde:

$\text{IndexTR}_{t-1}$  = O retorno total do índice no dia útil anterior

$\text{TBR}_t$  = Retorno do Tesouro, definido por meio da seguinte fórmula:

$$TBR_t = \left[ \frac{1}{1 - \frac{91}{360} * TBAR_{t-1}} \right]^{\frac{\Delta t_t}{91}} - 1 \quad (7)$$

$\Delta t_t$  = O número de dias consecutivos entre o dia útil atual e o anterior

$TBAR_{t-1}$  = a taxa de desconto semanal mais recente para letras do Tesouro dos EUA de 91 dias, vigente no dia útil anterior.<sup>19</sup>

### Índices de futuros alavancados ou inversos rebalanceados periodicamente

Se o índice alavancado ou inverso baseado em contratos futuros da S&P Dow Jones Indices for rebalanceado periodicamente (por exemplo, semanal, mensal ou trimestralmente), o excesso no retorno do índice será o múltiplo do excesso no retorno do índice subjacente desde o último dia útil de rebalanceamento, calculado conforme o seguinte:

$$IndexER_t = IndexER_{t\_LR} * \left( 1 + \left( K * \left( \frac{Underlying IndexER_t}{Underlying IndexER_{t\_LR}} - 1 \right) \right) \right)$$

onde:

$Índice ER_{t\_LR}$  = O excesso no retorno do índice no último dia útil de rebalanceamento,  $t\_LR$

$Índice subjacente ER_{t\_LR}$  = O valor de excesso no retorno do índice subjacente no último dia útil de rebalanceamento,  $t\_LR$

$t\_LR$  = O último dia útil de rebalanceamento

$K (K \neq 0)$  = Taxa de alavancagem / inversa

- $K = 1$ , sem alavancagem
- $K = 2$ , exposição alavancada = 200%
- $K = 3$ , exposição alavancada = 300%
- $K = -1$ , exposição inversa = -100%

Uma versão de retorno total de cada um dos índices é calculada, que inclui os juros acumulados no valor estimado do índice com base na taxa do Tesouro dos EUA de 91 dias. As fórmulas são mesmas que as (6) e (7) apresentadas anteriormente.

**Nível negativo de um índice.** Para obter mais informações sobre a possibilidade de níveis de índice negativo ou zero, consulte a seção Nível negativo/zero de um índice.

<sup>19</sup> Geralmente, as taxas são anunciadas pelo Tesouro dos EUA a cada segunda-feira. Nas segundas-feiras que são feriados bancários, são aplicadas as taxas da sexta-feira anterior.

# Índices de comissões / Índices de decréscimo

A S&P Dow Jones Indices calcula índices de comissões que têm o objetivo de alterar o valor de um determinado índice subjacente de acordo com uma taxa percentual fixa ou pontos do índice fixos que são aplicados de forma diária. Esta alteração pode ser positiva ou negativa, mas na maioria dos casos o nível do índice de comissões é inferior ao nível do índice subjacente. Os índices de comissões são frequentemente também descritos como índices de decréscimo. Os Índices de decréscimo medem o desempenho de um índice subjacente com uma redução no retorno do índice que representa um valor de dividendo sintético predeterminado e fixo.

Os índices de comissões podem ser calculados de diversas maneiras. A comissão pode ser aplicada aos índices após o retorno do índice subjacente ser calculado ou junto com o retorno do índice subjacente. Os métodos de cálculo são os seguintes:

**Redução percentual fixa da comissão.** Uma redução percentual fixa da comissão multiplica o nível do índice por uma parte da sua comissão anual sem importar o número de dias. A fórmula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_{t-1} \times \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_{t-1}} \times \left(1 - \frac{\text{Comissão}}{N}\right)$$

Onde:

<i>Valor do índice<sub>t</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t-1</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t-1</i>
<i>Comissão</i>	= A percentagem anual de comissão
<i>N</i>	= O número de dias em um ano

**Redução padrão da comissão desde a data de referência.** Uma redução padrão da comissão desde a data de referência multiplica o nível do índice por uma comissão pro rata que representa o tempo desde a data de referência. A fórmula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_0 \times \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_0} \times \left(1 - \frac{\text{Comissão}}{N} \times ACT(t, t_0)\right)$$

onde:

<i>Valor do índice<sub>t</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice<sub>0</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida na data de referência
<i>Valor do índice principal<sub>t</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice principal<sub>0</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões na data de referência
<i>Comissão</i>	= A percentagem anual de comissão
<i>N</i>	= O número de dias em um ano
<i>ACT(t, t<sub>0</sub>)</i>	= O número real de dias civis entre o dia <i>t</i> (não incluído) e a data de referência

**Redução padrão da comissão.** Uma redução padrão da comissão multiplica o nível do índice por uma comissão pro rata diária para representar os dias sem cálculo do índice (incluindo fim de semanas e feriados). A formula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_{t-1} \times \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_{t-1}} \times \left(1 - \frac{\text{Comissão}}{N} \times \text{ACT}(t, t-1)\right)$$

onde:

<i>Valor do índice<sub>t</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t-1</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t-1</i>
<i>Comissão</i>	= A percentagem anual de comissão
<i>N</i>	= O número de dias em um ano
<i>ACT(t,t-1)</i>	= O número real de dias civis entre o dia <i>t</i> (não incluído) e o dia <i>t-1</i> (incluído)

**Redução da comissão exponencial multiplicadora.** Uma redução da comissão exponencial multiplicadora multiplica o nível do índice por uma comissão diária exponencial pro rata para representar os dias sem cálculo do índice (incluindo fim de semanas e feriados). A formula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_{t-1} \times \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_{t-1}} \times \left(1 - \frac{\text{Comissão}}{N}\right)^{\text{ACT}(t,t-1)}$$

onde:

<i>Valor do índice<sub>t</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t-1</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t-1</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t-1</i>
<i>Comissão</i>	= A percentagem anual de comissão
<i>N</i>	= O número de dias em um ano
<i>ACT(t,t-1)</i>	= O número real de dias civis entre o dia <i>t</i> (não incluído) e o dia <i>t-1</i> (incluído)

**Dividendo sintético padrão.** Um dividendo sintético padrão multiplica o nível do índice principal por uma comissão diária exponencial pro rata que representa o número de dias desde a data de referência. Esta redução da comissão é uma função do valor do índice principal e precisa ter necessariamente o mesmo valor base. A formula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice principal}_t \times \left(1 - \frac{\text{Comissão}}{N}\right)^{\text{ACT}(t,t_0)}$$

onde:

<i>Valor do índice<sub>t</sub></i>	= O valor do índice com comissão reduzida no dia <i>t</i>
<i>Valor do índice principal<sub>t</sub></i>	= O valor do índice principal sem comissões no dia <i>t</i>
<i>Comissão</i>	= A percentagem anual de comissão
<i>N</i>	= O número de dias em um ano

$ACT(t, t_0)$  = O número real de dias civis entre o dia  $t$  (não incluído) e a data de referência (incluída)

**Comissão padrão subtraída do retorno.** É uma redução da comissão que subtrai a comissão do retorno em vez de multiplicar o nível total do índice por  $(1 - \text{Comissão})$ . A fórmula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_{t-1} \times \left( \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_{t-1}} - \frac{\text{Comissão}}{N} \times ACT(t, t-1) \right)$$

onde:

$\text{Valor do índice}_t$  = O valor do índice com comissão reduzida no dia  $t$   
 $\text{Valor do índice}_{t-1}$  = O valor do índice com comissão reduzida no dia  $t-1$   
 $\text{Valor do índice principal}_t$  = O valor do índice principal sem comissões no dia  $t$   
 $\text{Valor do índice principal}_{t-1}$  = O valor do índice principal sem comissões no dia  $t-1$   
 $\text{Comissão}$  = A percentagem anual de comissão  
 $N$  = O número de dias em um ano  
 $ACT(t, t-1)$  = O número real de dias civis entre o dia  $t$  (não incluído) e o dia  $t-1$  (incluído)

**Ponto do índice fixo subtraído do retorno.** Corresponde a uma redução que subtrai a comissão representada como um número constante de pontos do índice. A fórmula é a seguinte:

$$\text{Valor do índice}_t = \text{Valor do índice}_{t-1} \times \frac{\text{Valor do índice principal}_t}{\text{Valor do índice principal}_{t-1}} - \frac{\text{Comissão}}{N} \times ACT(t, t-1) \times \text{Valor do índice}_0$$

onde:

$\text{Valor do índice}_t$  = O valor do índice com comissão reduzida no dia  $t$   
 $\text{Valor do índice}_{t-1}$  = O valor do índice com comissão reduzida no dia  $t-1$   
 $\text{Valor do índice principal}_t$  = O valor do índice principal sem comissões no dia  $t$   
 $\text{Valor do índice principal}_{t-1}$  = O valor do índice principal sem comissões no dia  $t-1$   
 $\text{Comissão}$  = A percentagem do valor de base do índice com comissão reduzida correspondente a um número específico de pontos do índice  
 $N$  = O número de dias em um ano  
 $ACT(t, t-1)$  = O número real de dias civis entre o dia  $t$  (não incluído) e o dia  $t-1$  (incluído)  
 $\text{Valor do índice}_0$  = O valor do índice com comissão reduzida na data de referência

**Nível negativo/zero de um índice.** Para obter mais informações sobre a possibilidade de níveis de índice negativo ou zero, consulte a seção *Nível negativo/zero de um índice*.

# Índices de retorno limitado

Em um índice de retorno limitado, o retorno do índice do último rebalanceamento é limitado a um nível predefinido. A abordagem geral é primeiro calcular o índice sem limitar e posteriormente comparar seu retorno desde o último dia de rebalanceamento com o limite ao retorno. O índice de retorno limitado utiliza o menor dos dois valores. A abordagem se pode expressar mediante a seguinte fórmula:

$$\text{Nível do índice}_t = \text{velo}_{LR} * (1 + \min\left(\text{Limite ao retorno}, \frac{\text{Nível do índice sem limitar}_t}{\text{Nível do índice sem limitar}_{LR}}\right))$$

onde:

*Nível do índice<sub>t</sub>* = O nível do índice no dia *t*

*Nível do índice<sub>LR</sub>* = O nível do índice no último dia útil de rebalanceamento

*Limite ao retorno* = Limite ao retorno do índice entre datas de rebalanceamento

# Índices de pontos de dividendos

Os índices de pontos de dividendos da S&P Dow Jones Indices são desenvolvidos para acompanhar os pagamentos totais de dividendos dos componentes de um índice subjacente. O nível do índice é baseado em um total acumulado dos dividendos dos componentes do índice subjacente. No caso de alguns índices, seu valor é redefinido como zero de forma periódica, geralmente de forma trimestral ou anual. Portanto, o índice mede o total de dividendos pagos no índice subjacente desde a data de rebalanceamento anterior ou desde a data base no caso de índices cujo valor não é redefinido de forma periódica. No caso de índices trimestrais, o valor do índice é redefinido como zero após o encerramento da terceira sexta-feira do último mês do trimestre, a fim de coincidir com o vencimento de contratos futuros e opções. No caso de índices anuais, o valor do índice é redefinido como zero após o encerramento da terceira sexta-feira de dezembro, a fim de coincidir com o vencimento de contratos futuros e opções.

A fórmula para calcular o índice de pontos de dividendos em qualquer data,  $t$ , no caso de um determinado índice subjacente,  $x$ , é:

$$\text{Índice de dividendos}_{t,x} = \sum_{i=r+1}^t ID_{i,x}$$

onde:

$ID_{i,x}$  = Os dividendos do índice subjacente  $x$  no dia  $i$ .

$t$  = A data atual.

$r+1$  = A data de negociação imediatamente posterior à data de redefinição do valor do índice (ou data base se o valor do índice não é redefinido periodicamente).

Os dividendos (ID) do índice subjacente são calculados em qualquer dia como o valor total dos dividendos de todos os componentes do índice dividido pelo divisor do índice. No caso de índices anuais, o valor do índice é redefinido como zero após o encerramento da terceira sexta-feira de dezembro, a fim de coincidir com o vencimento de contratos futuros e opções. A fórmula para calcular o índice de pontos de dividendos em qualquer data,  $t$ , no caso de um determinado índice subjacente,  $x$ , é:

# Preços alternativos

S&P DJI Indices utiliza preços alternativos para o cálculo e publicação de determinados índices e pontos de dados. Os preços alternativos são aplicados aos índices que usam os métodos descritos abaixo. Os detalhes do tipo de preço e a aplicação dele para fins de cálculo do índice são indicados na metodologia específica do índice.

1. Cálculo oficial: O cálculo diário oficial do índice sempre alavanca a metodologia de preços alternativos.
2. Cálculo híbrido: O preço alternativo é usado em certos casos no cálculo do valor do índice oficial (por exemplo, o preço médio ponderado por volume (VWAP) usado para o cálculo diário do índice oficial na implementação do rebalanceamento, enquanto o preço oficial no fechamento é usado para todos os cálculos nas datas que não correspondem à do rebalanceamento)
3. Cálculo suplementar: O cálculo suplementar do índice é realizado com o preço alternativo e é publicado juntamente com o cálculo oficial do fechamento (por exemplo, a cotação aberta especial (SOQ)).

A S&P DJI pode capturar preços alternativos através de fornecedores ou pode apurá-los internamente. As fórmulas definidas nesta seção são específicas para o cálculo de preços alternativos feito internamente. Essa abordagem é mais comumente aplicada a índices baseados em derivativos, calculados pela S&P DJI. A S&P DJI utiliza os preços fornecidos de maneira oficial pela Bolsa para cálculos de índices no final do dia. Para cada Bolsa, a S&P Dow Jones Indices usará o preço relevante (por exemplo, o última negociação, leilão, preço médio ponderado por volume (VWAP), fechamento oficial) conforme definido na guia de [Preços de Fechamento de Índices Globais de Renda Variável da S&P Dow Jones Indices](#) disponível em <https://us.spindices.com/>.

## Cotação aberta especial (SOQ)

A cotação aberta especial (SOQ) é calculada usando a mesma metodologia que o índice subjacente, com exceção do preço utilizado para cada componente, que é o preço de abertura com que o título é primeiramente negociado na abertura da bolsa em um dia de negociação determinado. Esta cotação é calculada usando somente os preços de abertura da bolsa de valores principal, que ocorrem em diversos momentos, de todas as ações que fazem parte do índice e pode ser calculada em qualquer momento durante o dia. No caso de qualquer ação que não tiver sido negociada durante a sessão regular de negociação, o preço de fechamento do dia anterior é usado para o cálculo da cotação aberta especial do índice. A SOQ pode ser superior ao valor elevado, inferior ao valor baixo e diferente do valor de abertura, já que ela é um cálculo especial com um conjunto específico de parâmetros. Os valores de abertura, elevado, baixo e de fechamento são cálculos contínuos, enquanto a SOQ espera até todas as ações do índice estiverem abertas.

- **Mercados dos Estados Unidos.** No caso de uma interrupção do mercado e se a bolsa de valores não conseguir fornecer preços oficiais de abertura, os preços de fechamento serão definidos com base na regra 123C da SEC, conforme o estabelecido no capítulo *Fechamentos inesperados de bolsas de valores* do documento Políticas e Práticas de índices de renda variável da S&P Dow Jones Indices.
- **Mercados fora dos Estados Unidos.** No caso de uma interrupção do mercado e se a bolsa de valores não conseguir fornecer preços oficiais de abertura, serão usados os preços oficiais de fechamento. Se a bolsa de valores não conseguir fornecer preços oficiais de abertura ou fechamento, será usado o preço de fechamento anterior ajustado para eventos corporativos no cálculo da cotação aberta especial.



No caso de ações que são alvo de fusões e aquisições e que são suspensas para negociação em um bolsa de valores, mas que ainda fazem parte de índices, a S&P Dow Jones Indices calculará de forma sintética uma cotação aberta especial para o título suspenso, usando a proporção e o preço de abertura da empresa compradora se ela estiver emitindo ações como parte da fusão. Se a empresa compradora pagar somente em dinheiro, serão usados o menor preço oficial de fechamento anterior e o valor em dinheiro para calcular a cotação aberta especial. Da mesma forma, a S&P DJI irá derivar sinteticamente um SOQ para ações cindidas que ainda não começaram a ser negociadas.

## Índices de valor justo

Os índices de valor justo são projetados para fornecer uma avaliação atualizada para índices que cessaram o cálculo mais cedo em um determinado dia. Os índices são calculados usando fatores de ajuste ao valor justo de todas as ações do índice seguindo uma base caso a caso. Os fatores são fornecidos por um serviço de precificação que calcula os ajustes de valor justo. Pode haver vários índices de valor justo para um determinado índice subjacente, devido ao uso de diferentes serviços de precificação para cada índice específico. A S&P Dow Jones atualmente possui índices que usam ICE Data Services (ICE) e Virtu Financial, Inc. (anteriormente fornecido pelo ITG).

Os componentes, os preços e a quantidade de ações do índice, em vigência a partir da data de negociação seguinte (ou seja, os dados de fechamento ajustados para hoje), do índice subjacente relevante, tomam-se para todas as ações do índice. O preço de cada ação é multiplicado pelo ajuste do valor justo dessa ação para apurar um preço de valor justo. O índice é então calculado da mesma forma que o índice subjacente, usando as mesmas ações de índice e divisor de índice que o índice subjacente. Observe que o valor de um índice de valor justo em um determinado dia, a diferença de outros índices, não depende do valor daquele índice de valor justo no dia anterior. Pelo contrário, depende apenas do valor do índice subjacente relevante e dos ajustes de valor justo atuais.

## Preço médio ponderado por volume (VWAP)

Alguns índices usarão o preço médio ponderado por volume em uma janela de tempo especificada, em vez dos valores de fechamento divulgados.

O Preço Ponderado por Volume usa um preço médio ponderado em vez de um único valor de fechamento. Os preços com maiores volumes de negociação recebem maiores ponderações. O preço médio ponderado por volume é calculado multiplicando o preço das ações pelo seu volume, incluídos dentro da janela de tempo aplicável; depois divide-se pelo volume total de ações negociadas nesse período de tempo, conforme calculado abaixo:

$$VWAP_{i,t} = \frac{\sum_{j=1}^N TradeVolume_{i,j} \times TradePrice_{i,j}}{\sum_{j=1}^N TradeVolume_{i,j}}$$

onde:

$VWAP_{i,t}$	= VWAP para a ação $i$ no dia $t$ durante a janela de tempo do VWAP
$N$	= número de ações negociadas durante a janela de tempo do VWAP
$TradeVolume_{i,j}$	= volume de ações negociadas $j$
$TradePrice_{i,j}$	= preço das ações negociadas $j$

## Preço médio ponderado pelo tempo (TWAP)

O Preço médio ponderado pelo tempo indica o Preço médio, ou Preço de demanda ou Preço de oferta, com o qual um título é negociado durante um período de tempo especificado, em vez de seu preço no final do dia.

O preço médio ponderado pelo tempo é calculado usando uma média simples de várias instantâneas do preço ao longo do período de tempo, de acordo com a seguinte fórmula:

$$TWAP_{i,t} = \frac{\sum_{j=1}^N TradePrice_{i,j}}{N}$$

onde:

- $TWAP_{i,t}$  = TWAP para a ação  $i$  no dia  $t$  durante a janela de tempo do TWAP
- $N$  = número de ações negociadas durante a janela de tempo do TWAP
- $TradePrice_{i,j}$  = preço das ações negociadas  $j$

## Nível negativo/zero de um índice

Existe a possibilidade de um nível do índice ser negativo para certos tipos de índices, incluindo índices de cobertura, de decréscimo, alavancados e inversos, particularmente para índices inversos que aplicam alavancagem.

- Para índices calculados em tempo real, no caso de um cálculo intradiário resultar em um valor zero ou negativo, a S&P DJI publicará o valor zero ou negativo conforme calculado.
- Caso um cálculo de índice no final do dia resulte em um valor zero ou negativo, a S&P DJI publicará um valor de índice oficial de fechamento de zero naquele dia. Os níveis do índice somente serão avaliados após o fechamento da negociação para os fins desta determinação e não levarão em consideração os níveis intradiários para os índices calculados em tempo real.

Qualquer índice atribuído a um nível zero será revisado pelo Comitê de Índice para determinar se o índice será descontinuado ou se o índice será reiniciado com um novo valor base. Caso o índice seja reiniciado, a S&P DJI anunciará essa ação e tratará esses índices como duas séries separadas. Até que o Comitê de Índice faça essa determinação, o nível do índice continuará sendo publicado com um valor zero.

## Giro do índice

O giro do índice é uma medida de mudanças em um índice decorrentes de eventos corporativos ou rebalanceamento de um índice. Contudo, o cálculo de giro de um índice não considera as modificações decorrentes de mudanças no valor de mercado devido a aumentos ou quedas no preço. Todas as cifras de giro fornecidas pela S&P Dow Jones Indices são unidirecionais. O giro unidirecional abrange apenas o giro desde a perspectiva de compra ou venda de ativos. Assim, o giro unidirecional é limitado a um valor máximo de 100% que seria equivalente à eliminação de todos os componentes do índice ou à adição de todos os novos componentes. A diferença entre a abordagem unidirecional e bidirecional é que a última refletiria tanto a compra quanto a venda de ativos. Em consequência, o giro bidirecional seria 200% considerando o exemplo anterior. A fórmula para calcular o giro do índice é apresentada a seguir. Todos os cálculos de giro fornecidos pela S&P Dow Jones Indices sob pedido.

$$\text{Giro do índice} = \frac{\sum_i \text{Mudança na ponderação do componente}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Mudança na ponderação do componente} \\ = |\text{Ponderação do componente CLS} - \text{Ponderação do componente ADJ}| \end{aligned}$$

onde:

Ponderação do componente CLS = Ponderação do componente no fechamento das negociações no dia T.

Ponderação do componente ADJ = Ponderação do componente antes da abertura no dia T+1. Esta ponderação refletirá quaisquer ajustes decorrentes de eventos corporativos ou rebalanceamentos. Se o índice não apresentar eventos ou rebalanceamentos, a Ponderação do componente CLS será igual à Ponderação do componente ADJ.

# Dados globais fundamentais de final de mês

O objetivo desta seção é fornecer uma visão geral dos dados globais fundamentais de final de mês (EOM). Esta seção apresenta os tipos de arquivos junto com suas descrições, informações de dados gerais e fórmulas utilizadas para calcular as relações presentes nestes arquivos. Os dados fundamentais EOM não incluem o pacote de dados fundamentais dos EUA.

Os dados globais fundamentais de final de mês são distribuídos nos seguintes arquivos:

Frequência	Tipo de arquivo	Nome do arquivo	Extensão do arquivo
Mensal	Nível de índice	yyyyMMdd_SPTOURUP_EOM.SDL	.SDL
Mensal	Nível de componente	yyyyMMdd_SPTOURUP_EOM.SDC	.SDC

## Arquivos mensais

**Extensão dos arquivos.** A tabela a seguir fornece detalhes sobre as extensões dos arquivos:

Extensão do arquivo	Descrição
EOM.SDL	Arquivos de final do mês de nível de índice da S&P Dow Jones Indices
EOM.SDC	Arquivos de final do mês de nível de componente da S&P Dow Jones Indices

**Distribuição dos arquivos.** Os arquivos mensais são distribuídos aos clientes no terceiro dia útil do mês seguinte. Por exemplo, o arquivo file 20171031\_SPTOURUP\_EOM.SDL é distribuído aos clientes como máximo em 3 de novembro de 2017. Os arquivos são gerados para o último dia de negociações do mês. Portanto, o nome do arquivo reflete o último dia de negociação (por exemplo, 31/10/2017) como apresentado anteriormente.

Os detalhes do formato do arquivo EOM.SDL estão disponíveis no documento UFF 2.0 Specifications disponível [aqui](#).

## Sobre os dados

Para calcular os valores dos dados globais fundamentais de final de mês, a S&P Dow Jones Indices obtém dados puros de diferentes provedores no dia 25 de cada mês. Posteriormente, os dados puros são validados e utilizados no cálculo das relações apresentadas a seguir.

A S&P Dow Jones Indices possui dez relações a nível de índice que são refletidas nos arquivos EOM.SDL:

Relação <sup>20</sup>	Descrição	Período
FY0 P/E	Última relação preço-ganhos do ano fiscal comunicada	Último ano fiscal relatado
1 YR FWD P/E	Relação preço-ganhos estimada a um ano	Último ano fiscal relatado + um ano
2 YR FWD P/E	Relação preço-ganhos estimada a dois anos	Último ano fiscal relatado + dois anos
12 MO TRAILING P/E	Relação preço-ganhos dos últimos 12 meses	Últimos 12 meses
P/BV	Última relação preço-valor do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado

<sup>20</sup> Nome segundo o arquivo.

P/CF	Última relação preço-fluxo de caixa do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado
P/S	Última relação preço-vendas do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado
ROE	Último retorno do patrimônio líquido do ano fiscal relatado	Último ano fiscal relatado
DIV YLD	Rendimento dos dividendos utilizando o dividendo relatado	Último período relatado
IND YLD	Rendimento indicado utilizando as previsões sobre os dividendos	Último período relatado

A S&P Dow Jones Indices possui cinco relações a nível de componente que são refletidas nos arquivos EOM.SDC:

Relação <sup>21</sup>	Descrição	Período
PRICE-EARNINGS RATIO (P/E)	Relação preço-ganhos dos últimos 12 meses	Últimos 12 meses
PRICE-BOOK VALUE RATIO (P/BV)	Última relação preço-valor do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado
P/CF	Última relação preço-fluxo de caixa do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado
PRICE/SALES	Última relação preço-vendas do ano fiscal relatada	Último ano fiscal relatado
IND YLD	Rendimento indicado utilizando as previsões sobre os dividendos	Último período relatado

## Arquivos

A convenção de nomes para os arquivos, modelos e descrições de campo são descritas a seguir.

Há cinco modelos de arquivos EOM incluídos no pacote de dados globais fundamentais:

- EOM.SDL – Arquivo de final de mês a nível de índice
- EOM.SDC – Arquivo de final de mês a nível de componente
  - NC\_EOM.SDC – Arquivo de final de mês a nível de componente (Sem Cusip)
  - NS\_EOM.SDC – Arquivo de final de mês a nível de componente (Sem Sedol)
  - NCS\_EOM.SDC – Arquivo de final de mês a nível de componente (Sem Cusip ou Sedol)

## Pontos de dados fundamentais

Os pontos de dados subjacentes utilizados para o cálculo de relações fundamentais a nível de índice são descritas a seguir:<sup>22</sup>

1. **EPS básico – Operações contínuas (FY0).** Este é um valor básico dos ganhos por ação excluindo itens adicionais do último ano fiscal relatado e é calculado da seguinte maneira:  

$$\text{EPS básico – Operações contínuas (FY0)} = (\text{Lucro líquido – Dividendo Preferencial e outros ajustes – Ganhos de operações descontinuadas – Itens extraordinários e mudanças na contabilidade}) / \text{Média ponderada das ações básicas em circulação}$$
2. **Média ponderada de ações básicas em circulação (FY0).** Esta é uma média ponderada das ações básicas em circulação de uma empresa no último ano fiscal relatado.
3. **EPS estimado (FY1).** Este valor corresponde às estimações de uma empresa sobre os ganhos por ação a um ano e representa a média acumulada dos últimos anos fiscais relatados mais um ano de estimações proporcionadas pelos analistas dos provedores de dados.

<sup>21</sup> Nome segundo o arquivo.

<sup>22</sup> Todas as ações com ADRs são ajustadas pela relação do certificado de depósito, excetuando os pontos de dados de EPS e dividendos.

4. **EPS estimado (FY2).** Este valor corresponde às estimações de uma empresa sobre os ganhos por ação a dois anos e representa a média acumulada dos últimos anos fiscais relatados mais dois anos de estimações proporcionadas pelos analistas dos provedores de dados.
5. **EPS básico – Operações contínuas (LTM).** Este é um valor básico dos ganhos por ação excluindo itens adicionais dos últimos 12 meses e é calculado da seguinte maneira:
 
$$\text{EPS básico – Operações contínuas (LTM)} = (\text{Lucro Líquido} - \text{Dividendo Preferencial e outros ajustes} - \text{Ganhos de operações descontinuadas} - \text{Itens extraordinários e mudanças na contabilidade}) / \text{Média ponderada das ações básicas em circulação}$$
6. **Média ponderada de ações básicas em circulação (LTM).** Esta é uma média ponderada das ações básicas em circulação de uma empresa nos últimos 12 meses.
7. **Patrimônio líquido dos acionistas comuns (FY0).** Este é o patrimônio líquido dos acionistas comuns de uma empresa no último ano fiscal relatado e é calculado da seguinte maneira:
 
$$\text{Patrimônio líquido dos acionistas comuns (FY0)} = \text{Ação ordinária e APIC} + \text{Ganhos retidos} + \text{Ações do Tesouro e outros}$$
8. **Dinheiro decorrente de operações (FY0).** Este é o dinheiro de uma empresa decorrente das operações no último ano fiscal relatado e é calculado da seguinte maneira:
 
$$\text{Dinheiro decorrente de operações (FY0)} = \text{Lucro líquido} + \text{depreciação e amortização, total} + \text{amortização de custos diferidos, Total} - (\text{CF}) + \text{Outros itens não em dinheiro, Total} + \text{mudança nos ativos operacionais líquidos}$$
9. **Receita total (FY0).** Esta é a receita total de uma empresa no último ano fiscal relatado e é calculado da seguinte maneira:
 
$$\text{Receita total (FY0)} = \text{Receita} + \text{outras receitas}$$
10. **Ações em circulação.** Correspondem às ações em circulação de uma empresa e representam as ações totais a nível de empresa, conforme relatado pelas bolsas de valores, comunicados de imprensa da companhia e documentos financeiros. As ações em tesouraria são excluídas e o número é ajustado de acordo com os eventos corporativos como desdobramentos, emissões relacionadas a fusões, oferta de direitos, etc.
11. **Dividendo anualizado indicado.** Correspondem ao último valor dos dividendos anuais por ação de uma empresa. É um valor prospectivo e seu cálculo é feito multiplicando o último dividendo pago por ação pelo número de pagamentos de dividendo por ano.

## Cálculos

O cálculo mensal dos dados fundamentais para um índice específico é feito no último dia civil do mês.<sup>23</sup>

**Terminologia.** Há uma variedade de termos utilizados nos cálculos a seguir e a sua definição é a seguinte:

- **Fator de Ponderação Adicional (AWF).** O Fator de Ponderação Adicional é o fator de ajuste de uma ação atribuído em cada data de rebalanceamento do índice e que ajusta a capitalização de mercado de todos os componentes do índice para atingir a ponderação definida pelo usuário, enquanto se mantém o valor de mercado total do índice geral. **Fator de Ponderação de Investimento (IWF).**
- **Fator de Ponderação de Investimento (IWF).** O IWF de uma ação está baseado no seu *free float*. O *free float* é definido como a percentagem de ações de uma empresa que estão disponíveis para serem negociadas no mercado. Para mais detalhes, confira a *Metodologia de Ajuste de Índices ao Free Float da S&P Dow Jones Indices*.

<sup>23</sup> O cálculo de relações fundamentais é feito com base na composição do índice na data de cálculo da relação fundamental.

- **SO.** As ações em circulação de uma empresa.
- **Estilo.** Para mais detalhes, confira a Metodologia dos S&P U.S. Style Indices, disponível [aqui](#).

**Relações a nível do índice.** As fórmulas a seguir são utilizadas para calcular as relações a nível de índice:<sup>24</sup>

#### 1. FY0 P/E

$$\text{Dados normalizados por ação} = \frac{\text{EPS básico sem itens extraordinários (FY0)} * \text{media ponderada básica de SO (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor de dados ajustados ao free float} \\ = \text{Dados normalizados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\text{Relação preço ganhos do índice} = \frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor de dados ajustados ao free float}}$$

#### 2. 1 YR FWRD P/E

$$\text{Dados normalizados por ação} = \frac{\text{EPS Estimado FY1} * \text{Ações em circulação} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor dos dados ajustados ao free float} \\ = \text{Dados normalizados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Relação prospectiva de preço ganhos a um ano do índice} \\ = \frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}} \end{aligned}$$

#### 3. 2 YR FWRD P/E

$$\text{Dados normalizados por ação} = \frac{\text{EPS Estimados FY2} * \text{Ações em circulação} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor dos dados ajustados ao free float} \\ = \text{Dados normalizados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Relação prospectiva de preço ganhos a dois anos do índice} \\ = \frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}} \end{aligned}$$

#### 4. P/E dos últimos 12 meses

$$\text{Dados normalizados por ação} = \frac{\text{EPS básico sem itens extraordinários (LTM)} * \text{Média ponderada básica de SO (LTM)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

<sup>24</sup> Com a exceção do rendimento dos dividendos e o rendimento dos dividendos indicado, quaisquer ações sem valor subjacente é excluída do cálculo de nível do índice.



*Valor dos dados ajustados ao free float = Dados normalizados por ação \* SO \* IWF \* Taxa de câmbio \* AWF \* Estilo*

*Relação preço ganhos do índice nos últimos 12 meses*  
$$= \frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}}$$

#### 5. Preço-Valor Contábil (FY0)

*Dados por ação*  
$$= \frac{\text{Patrimônio líquido dos acionistas comuns (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

*Valor dos dados ajustados ao free float*  
$$= \text{Dados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo}$$

*Relação preço valor do índice* = 
$$\frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}}$$

#### 6. Preço-Fluxo de caixa (FY0)

*Dados por ação* = 
$$\frac{\text{Dinheiro das operações (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

*Valor dos dados ajustados ao free float* = 
$$\text{Dados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo}$$

*Relação preço fluxo de caixa do índice* = 
$$\frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}}$$

## 7. Preço-Vendas (FY0)

$$\text{Dados por ação} = \frac{\text{Receita total (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor dos dados ajustados ao free float} \\ = \text{Dados por ação} * SO * IWF * \text{Taxa de câmbio} * AWF * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\text{Relação preço vendas do índice} = \frac{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}}{\sum_i \text{Valor dos dados ajustados ao free float}}$$

## 8. Retornos sobre o patrimônio líquido

$$\begin{aligned} \text{Dados normalizados por ação} = \\ \frac{\text{EPS básico sem itens extraordinários (FY0)} * \text{Média ponderada básica de SO (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ganhos ajustados ao free float} \\ = \text{Dados normalizados por ação} * SO * IWF * \text{Taxa de câmbio} * AWF * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dados por ação} \\ = \frac{\text{Patrimônio líquido dos acionistas comuns (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}} \end{aligned}$$

$$\text{Valor contábil ajustado ao risco} = \text{Dados por ação} * SO * IWF * \text{Taxa de câmbio} * AWF * \text{Estilo}$$

$$\text{ROE do índice} = \frac{\sum_i \text{Ganhos ajustados ao free float}}{\sum_i \text{Valor contábil ajustado ao risco}}$$

## 9. Rendimento dos dividendos

$$\text{Dividendo do índice} = \sum_i (\text{Dividendo de uma ação} * \text{Ações de uma empresa no índice})$$

$$\text{Valor do índice de preços} = \text{Valor no fechamento de uma ação}$$

$$\text{DIV YLD} = \frac{\text{Dividendo total do índice}}{\text{Valor do índice de preços}} * 100$$

## 10. Rendimento indicado (IND YLD)

$$\begin{aligned} \text{Dados ajustados ao free float} \\ = \text{Dividendo anual por ação indicado} * SO * IWF * \text{TaxaFX} * AWF * \text{Estilo} \end{aligned}$$

$$\text{Rendimento indicado do índice} = \left( \frac{\sum_i \text{Dados ajustados ao free float} * \text{Fator de diluição}}{\sum_i \text{Capitalização de mercado do índice}} \right) * 100$$

**Relações a nível de componente.** As fórmulas a seguir são utilizadas para calcular as relações a nível de componente:

### 1. Relação preço-ganhos (P/E)

$$\text{Item dados normalizados por ação} = \frac{\text{EPS básico sem itens extraordinários (LTM)} * \text{media ponderada básica de SO (LTM)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$P/E = \frac{\text{Preço de fechamento}}{\text{Item dados normalizados por ação}}$$

### 2. Relação preço-valor contábil (P/BV)

$$\text{Valor do item dados por ação} = \frac{\text{Patrimônio líquido dos acionistas comuns (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\text{Item dados ajustados ao free float} = \text{Valor do item dados ajustados ao free float} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo}$$

$$\text{Relação preço valor contábil} = \frac{\text{Capitalização de mercado do componente}}{\text{Valor do item dados ajustados ao free float}}$$

### 3. Relação preço-fluxo de caixa (P/CF)

$$\text{Valor do item dados por ação} = \frac{\text{Dinheiro das operações (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\text{Item dados ajustados ao free float} = \text{Valor do item dados por ação} * \text{SO} * \text{IWF} * \text{Taxa de câmbio} * \text{AWF} * \text{Estilo}$$

$$\text{Relação preço fluxo de caixa} = \frac{\text{Capitalização de mercado do componente}}{\text{Valor do item dados ajustados ao free float}}$$

### 4. Rendimento indicado (IND YLD)

$$\text{Ind Yld} = \left( \frac{\text{Rendimento anual indicado por ação} * \text{Fator de diluição}}{\text{Preço de fechamento}} \right) * 100$$

## 5. Relação preço-vendas

$$\text{Valor do item dados por ação} = \frac{\text{Receita total (FY0)} * \text{Fator multiclasse} * 1000000}{\text{Ações em circulação da S\&P}}$$

$$\text{Item dados ajustados ao free float} = \text{Valor do item dados por ação} * SO * IWF * \text{Taxa de câmbio} * AWF * \text{Estilo}$$

$$\text{Relação preço vendas} = \frac{\text{Capitalização de mercado do componente}}{\text{Valor do item dados ajustados ao free float}}$$

Observação: Os dados de nível de empresa obtidos de provedores de dados são atribuídos proporcionalmente a cada classe de ação. Por exemplo, Altice SA possui duas classes de ação (Altice SA A e Altice SA B). A fim de atribuir de maneira proporcional os dados de nível de empresa a cada uma dessas classes de ações, se utiliza um fator multiclasse determinado do modo a seguir:

$$\text{Fator multiclasse da ação A} = \frac{\text{Ações A da empresa}}{\sum_i \text{Ações A e B da empresa}}$$

$$\text{Fator multiclasse da ação B} = \frac{\text{Ações B da empresa}}{\sum_i \text{Ações A e B da empresa}}$$

# Informações de contato da S&P Dow Jones Indices

**Serviços ao Cliente**

[index\\_services@spglobal.com](mailto:index_services@spglobal.com)

# Isenção de responsabilidade da S&P Dow Jones Indices

© 2021 S&P Dow Jones Indices. Todos os direitos reservados. S&P, S&P 500, S&P 500 LOW VOLATILITY INDEX, S&P 100, S&P COMPOSITE 1500, S&P 400, S&P MIDCAP 400, S&P 600, S&P SMALLCAP 600, S&P GIVI, GLOBAL TITANS, DIVIDEND ARISTOCRATS, S&P TARGET DATE INDICES, S&P PRISM, S&P STRIDE, GICS, SPIVA, SPDR e INDEXOLOGY são marcas comerciais registradas da S&P Global, Inc. ("S&P Global") ou suas afiliadas. DOW JONES, DJ, DJIA, THE DOW e DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE são marcas comerciais da Dow Jones Trademark Holdings LLC ("Dow Jones"). Essas marcas registradas juntamente com outras foram licenciadas à S&P Dow Jones Indices LLC. A redistribuição, reprodução e/ou fotocópia total ou parcial é proibida sem consentimento por escrito da S&P Dow Jones Indices LLC. Este documento não constitui uma oferta de serviços nas jurisdições onde a S&P Dow Jones Indices LLC, S&P Global, Dow Jones ou suas respectivas afiliadas (coletivamente "S&P Dow Jones Indices") não possuem as licenças necessárias. Com exceção de alguns serviços personalizados de cálculo de índices, todas as informações fornecidas pela S&P Dow Jones Indices são impessoais e não adaptadas às necessidades de qualquer pessoa, entidade ou grupo de pessoas. A S&P Dow Jones Indices recebe compensação relacionada com o licenciamento de seus índices a terceiros e com os serviços personalizados de cálculo de índices. O desempenho de um índice no passado não é sinal ou garantia de resultados no futuro.

Não é possível investir diretamente em um índice. A exposição a uma classe de ativos representada por um índice pode estar disponível por meio de instrumentos de investimento baseados naquele índice. A S&P Dow Jones Indices não patrocina, apoia, vende ou promove nenhum fundo de investimento ou veículo de investimento oferecido por terceiros e que busquem fornecer retornos de investimento com base no desempenho de qualquer índice. A S&P Dow Jones Indices não faz garantias de que os produtos de investimento baseados no índice acompanharão corretamente o desempenho do índice ou oferecerão retornos positivos do investimento. A S&P Dow Jones Indices LLC não é uma consultora de investimentos e a S&P Dow Jones Indices não faz nenhuma declaração sobre a conveniência de se investir em qualquer fundo de investimento ou outro meio de investimento. A decisão de investir em qualquer fundo de investimento ou outro meio de investimento não deve ser feita com base em qualquer declaração feita neste documento. Aconselha-se aos investidores potenciais fazer um investimento em algum fundo ou outro meio somente após considerarem, cuidadosamente, os riscos associados ao investimento nos referidos fundos, conforme detalhado em um memorando de oferta ou documento semelhante que seja preparado por ou em nome do emissor do fundo de investimento, ou outro produto ou meio de investimento. A S&P Dow Jones Indices LLC não é uma empresa de consultoria fiscal. Um consultor fiscal deve ser consultado para avaliar o impacto de quaisquer valores mobiliários isentos de impostos nos portfólios e as consequências fiscais de se tomar qualquer decisão de um investimento específico. A inclusão de um título em um índice não é uma recomendação da S&P Dow Jones Indices para comprar, vender ou deter tal título, nem deve ser considerado como um aconselhamento de investimento.

Estes materiais foram preparados unicamente com fins informativos baseados nas informações geralmente disponíveis para o público e obtidas de fontes consideradas como confiáveis. Nenhum conteúdo contido nestes materiais (inclusive os dados do índice, avaliações, análises e dados relativos a crédito, pesquisas, avaliações, modelos, softwares ou outra aplicação ou saída dos mesmos) ou qualquer parte dele ("Conteúdo") pode ser modificado, passar por engenharia reversa, reproduzido ou distribuído em qualquer forma, ou por qualquer meio, ou armazenado em um sistema de banco de dados, ou de recuperação, sem a prévia autorização por escrito da S&P Dow Jones Indices. O conteúdo não deve ser utilizado para um propósito ilícito ou não autorizado. A S&P Dow Jones Indices e seus provedores de dados terceirizados e licenciados (coletivamente, "partes S&P Dow Jones Indices") não garantem a exatidão, integridade, atualidade ou disponibilidade do conteúdo. As partes S&P Dow Jones

Índices não são responsáveis por erros ou omissões, independentemente da causa, dos resultados obtidos com o uso do conteúdo. O CONTEÚDO É FORNECIDO "NO ESTADO EM QUE SE ENCONTRA". AS PARTES S&P DOW JONES ÍNDICES ISENTAM-SE DE TODA E QUALQUER GARANTIA, INCLUSIVE, ENTRE OUTRAS, GARANTIA DE COMERCIALIZAÇÃO OU ADEQUAÇÃO A UM DETERMINADO FIM OU USO, ESTAR LIVRE DE BUGS, ERROS DE SOFTWARE OU DEFEITOS, QUE O FUNCIONAMENTO DO CONTEÚDO SERÁ ININTERRUPTO OU QUE O CONTEÚDO FUNCIONARÁ COM QUALQUER CONFIGURAÇÃO DE SOFTWARE OU HARDWARE. Em nenhum caso as partes S&P Dow Jones Índices serão responsáveis, perante qualquer parte, por quaisquer danos diretos, indiretos, incidentais, exemplares, compensatórios, punitivos, especiais ou consequentes, custos, despesas, taxas judiciais, ou perdas (inclusive, entre outras, perda de renda ou lucros cessantes e perda de oportunidades) relativos ao uso do conteúdo, mesmo se avisados da possibilidade dos supostos danos.

A S&P Global mantém certas atividades de suas diversas divisões e unidades de negócios separadas umas das outras, para preservar a independência e a objetividade de suas respectivas atividades. Consequentemente, certas divisões e unidades de negócios da S&P Global podem conter informações que não estejam disponíveis para outras unidades de negócios. A S&P Global estabeleceu políticas e procedimentos para manter a confidencialidade de certas informações confidenciais recebidas com relação a cada processo analítico.

Além disso, a S&P Dow Jones Índices fornece uma gama de serviços para/ou referentes a diversas organizações, inclusive emissores de valores mobiliários, consultores de investimentos, corretoras, bancos de investimento, outras instituições financeiras e intermediários financeiros e, consequentemente, podem receber comissões ou outros benefícios econômicos dessas organizações, inclusive organizações cujos valores mobiliários ou serviços que eles possam recomendar, avaliar, incluir em modelos de portfólios, avaliar ou de outra forma abordar.